

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°5 - Solutions

Rappel de 4ème : Trigonométrie

Le 13 novembre 2025

Classe: 5C

.../2 1.

(a) Convertir en radians $58^{\circ}17'34''$

$$58^{\circ}17'34'' = 58^{\circ} + \frac{17}{60} + \frac{34}{3600} = 58,2928^{\circ} = 58,2928 \cdot \frac{\pi}{180} = 1,0174 \text{ rad}$$

(b) Convertir en DMS $0,884 \text{ rad}$

$$0,884 \text{ rad} = 0,884 \cdot \frac{180}{\pi} = 50,6495^{\circ}.$$

$$0,6495^{\circ} = 0,6495 \cdot 60' = 38,97' \text{ et } 0,97' = 0,97 \cdot 60'' = 58''.$$

$$\text{Dès lors } 0,884 \text{ rad} = 50^{\circ}38'58''$$

.../5 2. Déterminer la valeur exacte de $\sin \alpha$ si $\tan \alpha = 5$ et $\alpha \in \left] \pi, \frac{3\pi}{2} \right[$.

$$\tan \alpha = 5 \Leftrightarrow \cot \alpha = \frac{1}{5}. \text{ Comme } 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}, \text{ on a } 1 + \frac{1}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \text{ ou } \frac{26}{25} = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

$$\text{ou } \sin^2 \alpha = \frac{25}{26} \text{ ou encore } \sin \alpha = \pm \frac{5\sqrt{26}}{26}.$$

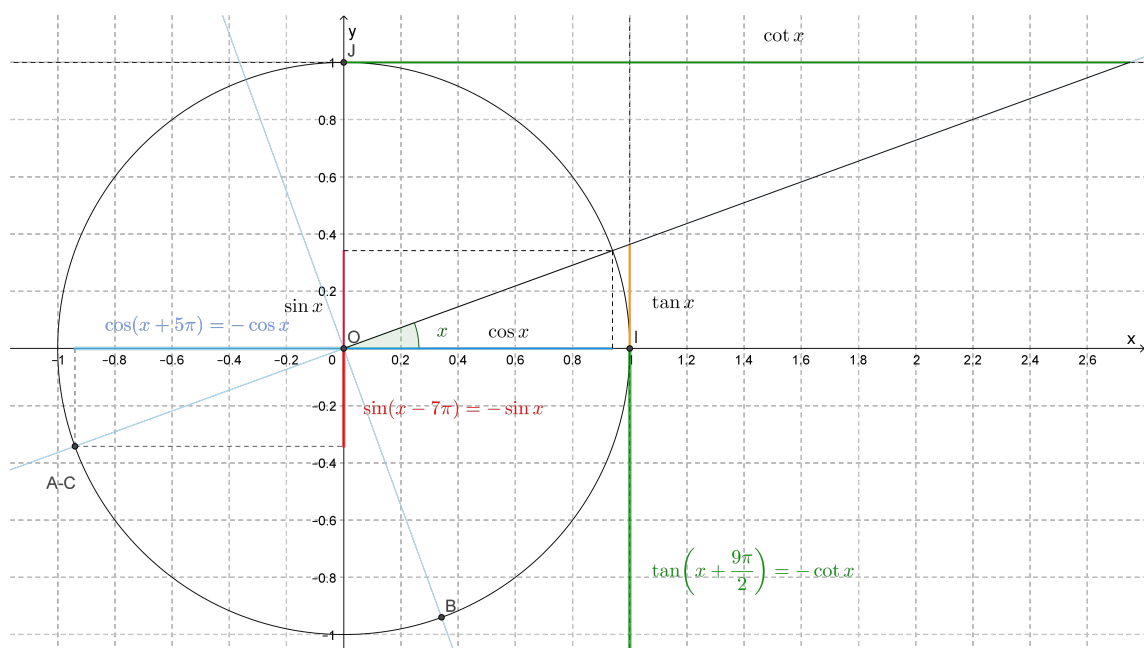
Comme α est dans le 3^{ème} quadrant, le sinus est négatif et la réponse finale est

$$\sin \alpha = -\frac{5\sqrt{26}}{26}$$

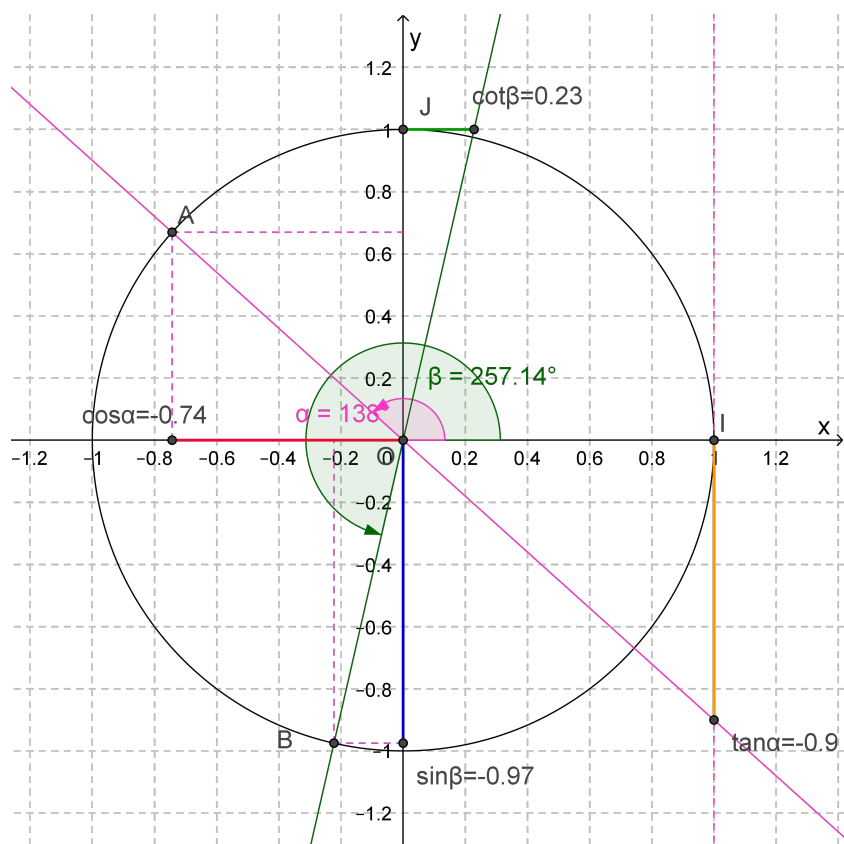
.../5 3. Simplifier en justifiant à l'aide d'un cercle trigonométrique :

$$\frac{\sin(x - 7\pi) \tan\left(x + \frac{9\pi}{2}\right)}{\cos(x + 5\pi)}$$

$$\frac{\sin(x - 7\pi) \tan\left(x + \frac{9\pi}{2}\right)}{\cos(x + 5\pi)} = \frac{\overset{A}{-\sin x} \left(\overset{B}{-\cot x} \right)}{\overset{C}{-\cos x}} = -1$$



- .../4 4. Placer les angles $\alpha = 138^\circ$ et $\beta = -\frac{4\pi}{7}$ sur un cercle trigonométrique.
Lire une valeur approchée de $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\sin \beta$ et $\cot \beta$. Indiquer la valeur clairement sur le cercle.



.../4 5. Vérifier l'identité trigonométrique suivante :

$$\frac{\tan a + \cot a}{\tan a - \cot a} - \frac{\tan a - \cot a}{\tan a + \cot a} = \frac{4}{\tan^2 a - \cot^2 a}$$

Partons du premier membre. En réduisant au même dénominateur, on a

$$\begin{aligned}\mathcal{I} &= \frac{\tan a + \cot a}{\tan a - \cot a} - \frac{\tan a - \cot a}{\tan a + \cot a} \\&= \frac{(\tan a + \cot a)^2 - (\tan a - \cot a)^2}{(\tan a - \cot a)(\tan a + \cot a)} \\&= \frac{(\tan^2 a + 2 \tan a \cot a + \cot^2 a) - (\tan^2 a - 2 \tan a \cot a + \cot^2 a)}{(\tan^2 a - \cot^2 a)} \\&= \frac{4 \tan a \cot a}{\tan^2 a - \cot^2 a} \\&= \frac{4}{\tan^2 a - \cot^2 a} \\&= \mathcal{II}\end{aligned}$$