Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Compléments second degré

Le 16 octobre 2025 Classe: 5C

.../4 1. Résoudre

$$x^8 - 3 = -2x^4$$

En posant $y = x^4$, l'équation devient : $y^2 + 2y - 3 = 0$ dont les solutions sont $y = -3$ et $y = 1$. En repassant à la variable x, on a $x^4 = -3$ qui est impossible et $x^4 = 1$ dont les solutions sont $x = \pm 1$.

.../7 2. Résoudre l'équation :

$$\sqrt{10 - 3x} = \sqrt{x + 3} + \sqrt{4x + 17}$$

Les C.E. sont $x \leq \dfrac{10}{3}$, x≥ -3 et $x \geq -\dfrac{17}{4}$. A l'aide de la droite des réels, on trouve la condition d'existence générale :

$$-3 \leq x \leq \frac{10}{3}$$

En élevant les deux membres au carré, on obtient :

$$10 - 3x = x + 3 + 4x + 17 + 2\sqrt{(x + 3)(4x + 17)}$$

ou

$$-5 - 4x = \sqrt{(x + 3)(4x + 17)}$$

La nouvelle condition d'existence de cette équation est $x \leq -\dfrac{5}{4}$ et donc, les nouvelles conditions d'existence sont

$$-3 \leq x \leq -\frac{5}{4}$$

En élevant une seconde fois au carré, on obtient

$$12x^2 + 11x - 26 = 0$$

dont la seule solution acceptable compte tenu des conditions d'existence est $x = -2$

.../9 3.

(a) Résoudre le système $\begin{cases} -8x^2 - 3y^2 - 12xy + 8x - 6y + 25 = 0 \\ 2x + 3y - 7 = 0(1) \end{cases}$

Le système s'écrit $\begin{cases} -8x^2 - 3y^2 - 12xy + 8x - 6y + 25 = 0 \\ 2x = 7 - 3y \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -8x^2 - 3y^2 - 12xy + 8x - 6y + 25 = 0 \\ 4x^2 = 49 - 42y + 9y^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x^2 - 3y^2 - 12xy + 8x - 6y + 25 = 0 \\ 8x^2 = 98 - 84y + 18y^2 \end{cases}$.

La seconde équation du système ci-dessus peut également s'écrire $8x = 28 - 12y$. En remplaçant dans la première équation, on obtient :

$$-(98 - 84y + 18y^2) - 3y^2 - 6(7 - 3y)y + (28 - 12y) - 6y + 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3y^2 + 24y - 45 = 0 \Leftrightarrow -y^2 + 8y - 15 = 0$$

dont les solutions (Δ) sont $y = 3$ et $y = 5$.

En remplaçant dans l'équation (1) on obtient $y = 3$ et $x = -1$ ou $y = 5$ et $x = -4$

(b) Le graphe suivant représente l'ensemble des solutions de la première équation. Retrouver graphiquement les résultats de la question précédente.

Les résultats précédents sont les coordonnées des points d'intersection entre la courbe représentée par la première équation du système et la droite représentée par la seconde.