

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Rappel de trigonométrie de 4^{ème}

Série A

Le 13 novembre 2025

Classe: 5B

- .../5 1. Connaissant la valeur de $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$, calculer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{8}$.

$$\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1 \Leftrightarrow \cot \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} + 1.$$

$$\text{Dès lors } 1 + \cot^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{8}} \Leftrightarrow 1 + 3 + 2\sqrt{2} = \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{8}} \Leftrightarrow \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}}$$

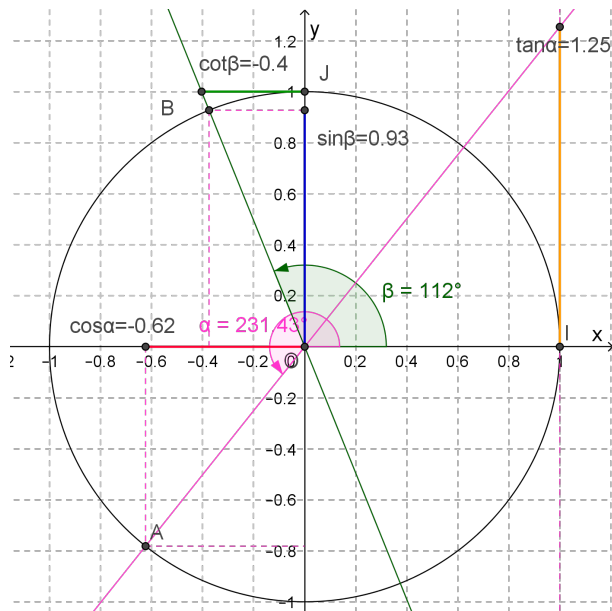
$$\Leftrightarrow \sin^2 \frac{\pi}{8} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \Leftrightarrow \sin \frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}.$$

- .../5 2. Simplifier l'expression $E(x) = \frac{\tan(a + \frac{5\pi}{2})}{\sin(3\pi - a)} - \frac{\tan(a - 5\pi)}{\sin(a - \frac{7\pi}{2})}$ et calculer $E\left(\frac{-5\pi}{6}\right)$. Justifier complètement le résultat.

$$E(x) = \frac{-\cot a}{\sin a} - \frac{\tan a}{\cos a} = -\frac{\cos a}{\sin^2 a} - \frac{\sin a}{\cos^2 a}$$

.../5 3.

- (a) Placer sur un cercle trigonométrique le point représentatif des angles $\alpha = -\frac{5\pi}{7}$ et $\beta = 112^\circ$.
- (b) Lire et l'indiquer sur le cercle une valeur approchée de $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\sin \beta$ et $\cot \beta$.



.../5 4. Montrer que $\frac{\tan a - \sin a}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)}$.

$$\begin{aligned}
 \frac{\tan a - \sin a}{\sin^3 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\frac{\sin a}{\cos a} - \sin a}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\
 \frac{\sin a - \sin a \cos a}{\sin^3 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\sin a(1 - \cos a)}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\
 \Leftrightarrow \frac{\cos a}{\sin^2 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\cos a}{\sin^2 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\
 \Leftrightarrow \frac{\cos a}{1 - \cos^2 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\cos a}{\cos a(1 - \cos a)(1 + \cos a)} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)}
 \end{aligned}$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Rappel de trigonométrie de 4^{ème}

Série B

Le 13 novembre 2025

Classe: 5B

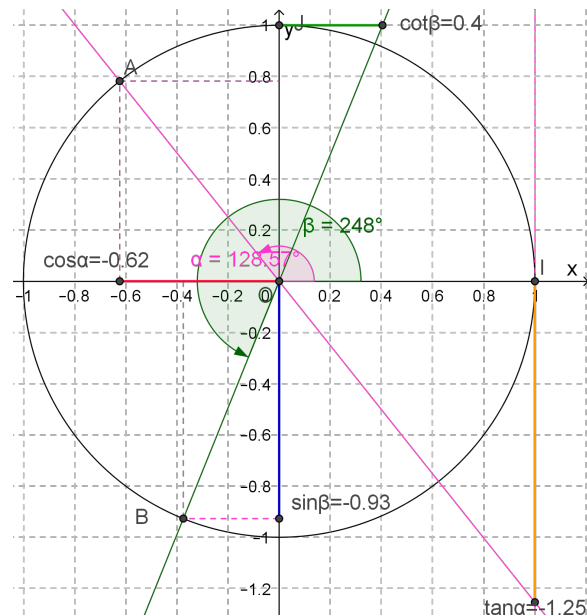
.../5 1. Montrer que $\frac{\tan a - \sin a}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)}$.

$$\begin{aligned} \frac{\tan a - \sin a}{\sin^3 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\frac{\sin a}{\cos a} - \sin a}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\ \frac{\sin a - \sin a \cos a}{\sin^3 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\sin a(1 - \cos a)}{\sin^3 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\ \Leftrightarrow \frac{\cos a}{\sin^2 a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{\cos a}{\sin^2 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\ \Leftrightarrow \frac{\cos a}{1 - \cos a} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos a}{\cos a \sin^2 a} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \\ \Leftrightarrow \frac{1 - \cos a}{\cos a(1 - \cos^2 a)} &= \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \Leftrightarrow \frac{1 - \cos a}{\cos a(1 - \cos a)(1 + \cos a)} = \frac{1}{\cos a(1 + \cos a)} \end{aligned}$$

.../5 2. Connaissant la valeur de $\cot \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} + 1$, calculer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{8}$.

.../5 3.

- (a) Placer sur un cercle trigonométrique le point représentatif des angles $\alpha = \frac{5\pi}{7}$ et $\beta = -112^\circ$.
- (b) Lire et l'indiquer sur le cercle une valeur approchée de $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\sin \beta$ et $\cot \beta$.



.../5

4. Simplifier l'expression $E(x) = \frac{\sin(3\pi - a)}{\tan(a + \frac{5\pi}{2})} - \frac{\sin(a - \frac{7\pi}{2})}{\tan(a - 5\pi)}$ et calculer $E\left(\frac{11\pi}{6}\right)$. Justifier complètement le résultat.

$$E(x) = \frac{\sin a}{-\cot a} - \frac{\cos a}{\tan a} = -\frac{\sin^2 a}{\cos a} - \frac{\cos^2 a}{\sin a}$$