

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°2 - Solutions

Rappel 4ème : second degré

Le 30 septembre 2025

Classe: 5C

.../6 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\frac{2x}{x+2} - \frac{x-5}{3x+1} \geq 3$$

L'inéquation devient, après simplification et factorisation :

$$-\frac{4(x^2 + 4x - 1)}{(x+2)(3x+1)} \geq 0$$

dont le tableau de signe est

x	$-\sqrt{5}-2$	-2	$-\frac{1}{3}$	$\sqrt{5}-2$
-4	-	-	-	-
$x^2 - 4x + 1$	+	0	-	+
D	+	+	-	+
I	-	+	-	-

La solution est $\left[-\sqrt{5}-2, -2\right] \cup \left[-\frac{1}{3}, \sqrt{5}-2\right]$

.../4 2. On donne la parabole $\mathcal{P} \equiv y = -x^2 + 3x + 1$ et la droite $q \equiv -x + y + 2 = 0$. Déterminer la position relative de la droite et de la parabole ainsi que les coordonnées des éventuels points d'intersection.

Pour chercher le nombre de points d'intersection éventuels, on résout le système :

$$\begin{cases} y = -x^2 + 3x + 1 \\ -x + y + 2 = 0 \end{cases}$$

En injectant la première équation dans la seconde on obtient

$$-x + (-x^2 + 3x + 1) + 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$$

Le Δ de cette équation est positif (16). La droite est sécante à la parabole.
Les coordonnées des points d'intersection sont $A(-1, -3)$ et $B(3, 1)$.

3. On donne la parabole d'équation $\mathcal{P} \equiv y = 2x^2 - 3x - 2$

.../4 (a) Dessiner la parabole après avoir déterminé ses caractéristiques.

Les caractéristiques sont :

— sommet $S : \left(\frac{3}{4}; -\frac{25}{8}\right)$

— $AS \equiv x = \frac{3}{4}$

— $\cap Ox : (2, 0)$ et $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$

— $\cap Oy : (0, -2)$

— $a > 0$: le sommet est un minimum

Le graphe de la parabole est situé ci-dessous.

.../6 (b) Ecrire les équations explicites des tangentes à la parabole passant par le point en son point d'ordonnée 3 et d'abscisse positive. Si l'ordonnée du point est 3, son abscisse est la solution de l'équation $3 = 2x^2 - 3x - 2$ soit $(\Delta) x = -1$ ou $x = \frac{5}{2}$.

Une droite passant par le point $A\left(\frac{5}{2}, 3\right)$ a une équation générale du type

$$y - 3 = m \left(x - \frac{5}{2}\right) \quad \text{ou} \quad y = mx - \frac{5}{2}m + 3$$

Les points d'intersection entre la droite et la parabole sont donnés par

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 3x - 2 & (1) \\ y = mx - \frac{5}{2}m + 3 & (2) \end{cases}$$

En injectant la seconde équation dans la première, on obtient, après simplification :

$$2x^2 - (3 + m)x + \frac{5}{2}m - 5 = 0 \quad (3)$$

En exprimant que le Δ de cette équation est nul (condition de tangence), on obtient l'équation :

$$m^2 - 14m + 49 = 0$$

dont le solution est $m = 7$.

L'équation de la tangente est :

$$y = 7x - \frac{29}{2}$$