

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°1 - Solutions

Base d'algèbre de 5ème

Série A

Le 16 septembre 2025

Classe: 5B

.../2 1. Simplifier $\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2}$

$$\begin{aligned}\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2} &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \left(-\frac{1}{2}x^2y^5z\right)^2} \\ &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \frac{1}{4}x^4y^{10}z^2} = -120 \frac{x^4z^2}{y^{13}}\end{aligned}$$

.../4 2. Développer et réduire $x^2(3x-1)^3 - (2x+4)^3$

$$\begin{aligned}&x^2(3x-1)^3 - (2x+4)^3 \\ &= x^2 [27x^3 - 3 \cdot (3x^2) \cdot 1 + 3 \cdot (3x) \cdot 1 - 1] - [8x^3 + 3(2x)^2 \cdot 4 + 3 \cdot (2x) \cdot 16 + 64] \\ &= x^2(27x^3 - 27x^2 + 9x - 1) - (8x^3 + 48x^2 + 96x + 64) \\ &= 27x^5 - 27x^4 + 9x^3 - x^2 - 8x^3 - 48x^2 - 96x - 64 \\ &= 27x^5 - 27x^4 + x^3 - 49x^2 - 96x - 64\end{aligned}$$

.../3 3. Factoriser $a^6 - b^6$

$$\begin{aligned}a^6 - b^6 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}a^6 - b^6 &= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)\end{aligned}$$

.../5 4. Déterminer le quotient et le reste de la division de $3x^7 - x^4 + 3x^3 + x^2 + 2$ par $x^4 + 1$.

$$\begin{array}{r}
 3x^7 \qquad \qquad -x^4 \qquad +3x^3 \qquad +x^2 \qquad +2 \quad \Big| \quad x^4 \quad +1 \\
 -(3x^7 \qquad \qquad \qquad +3x^3) \\
 \hline
 \qquad \qquad -x^4 \qquad \qquad +x^2 \qquad +2 \\
 -(-x^4 \qquad \qquad \qquad -1) \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad \qquad x^2 \qquad +3
 \end{array}$$

$$\frac{3x^7}{x^4} = 3x^3$$

$$\frac{-x^4}{x^4} = -1$$

$$Q(x) = 3x^3 - 1 \text{ et } R(x) = x^2 + 3.$$

.../6 5. Résoudre $\frac{3}{x+3} \geq \frac{-5}{1-3x}$

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{x+3} &\geq \frac{-5}{1-3x} \\
 \Leftrightarrow \frac{3}{x+3} + \frac{5}{1-3x} &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{3(1-3x) + 5(x+3)}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{18-4x}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{2(9-2x)}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0
 \end{aligned}$$

Le tableau de signe de cette inéquation est :

x	-3$\frac{1}{3}$$\frac{9}{2}$						
$9-2x$	+		+		+	0	-
$x+3$	-	0	+		+		+
$1-3x$	+		+	0	-		-
$In(x)$	-	$\nexists$	0	$\nexists$	-	0	+

et la solution de l'inéquation est $S : \left] -3, \frac{1}{3} \right[\cup \left[\frac{9}{2}, +\infty \right[$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°1 - Solutions

Base d'algèbre de 5ème

Série B

Le 16 septembre 2025

Classe: 5B

.../6 1. Résoudre $\frac{5}{1-3x} \geq \frac{-3}{x+3}$

$$\begin{aligned} \frac{5}{1-3x} &\geq \frac{-3}{x+3} \\ \Leftrightarrow \frac{5}{1-3x} + \frac{3}{x+3} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{3(1-3x) + 5(x+3)}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{18-4x}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0 \\ \Leftrightarrow \frac{2(9-2x)}{(x+3)(1-3x)} &\geq 0 \end{aligned}$$

Le tableau de signe de cette inéquation est :

x	-3	$\frac{1}{3}$	$\frac{9}{2}$	
$9-2x$	+	+	+	-
$x+3$	-	0	+	+
$1-3x$	+	+	0	-
$In(x)$	-	$\neq 0$	$\neq$	- 0 +

et la solution de l'inéquation est $S :]-3, \frac{1}{3}[\cup [\frac{9}{2}, +\infty[$

.../4 2. Développer et réduire $x^2(3x+1)^3 - (2x-4)^3$

$$\begin{aligned} &x^2(3x+1)^3 - (2x-4)^3 \\ &= x^2 [27x^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3x \cdot 1^2 + 1] - [8x^3 - 3(2x)^2 \cdot 4 + 3 \cdot (2x) \cdot 16 - 64] \\ &= x^2 (27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) - (8x^3 - 48x^2 + 96x - 64) \\ &= 27x^5 + 27x^4 + 9x^3 + x^2 - 8x^3 + 48x^2 - 96x + 64 \\ &= 27x^5 + 27x^4 + x^3 + 49x^2 - 96x + 64 \end{aligned}$$

.../5 3. Déterminer le quotient et le reste de la division de $2x^7 + x^4 - 4x^3 + x^2 - 3$ par $x^4 - 2$.

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 2x^7 & +x^4 & -4x^3 & +x^2 & -3 & & x^4 & -2 \\
 -(2x^7 & & -4x^3) & & & & 2x^3 & +1 \\
 \hline
 & x^4 & & +x^2 & -3 & & & \\
 & -(x^4 & & & -2) & & & \\
 \hline
 & & & x^2 & -1 & & &
 \end{array}$$

$$\frac{2x^7}{x^4} = 2x^3$$

$$\frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + 1 \text{ et } R(x) = x^2 - 1.$$

.../2 4. Simplifier $\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2}$

$$\begin{aligned}
 \frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2} &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \left(-\frac{1}{2}x^2y^5z\right)^2} \\
 &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \frac{1}{4}x^4y^{10}z^2} = -120 \frac{x^4z^2}{y^{13}}
 \end{aligned}$$

.../3 5. Factoriser $a^6 - b^6$

$$\begin{aligned}
 a^6 - b^6 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)
 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
 a^6 - b^6 &= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)
 \end{aligned}$$