

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°1 - Solutions

Base d'algèbre de 4ème

Le 15 septembre 2026

Classe: 5A

- .../4 1. Calculer le quotient et le reste de la division de $x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 5x - 10$ par $x^2 + 2x - 3$.

On a successivement:

$$\begin{array}{r|l}
 x^5 & +2x^4 & -2x^3 & +5x^2 & +5x & -10 & x^2 + 2x - 3 \\
 -(x^5 & +2x^4 & -3x^3) & & & & x^3 + x + 3 \\
 \hline
 & & x^3 & & & & \\
 & & -(x^3 & 2x^2 & -3x) & & \\
 \hline
 & & & 3x^2 & +8x & & \\
 & & & -(3x^2 & +6x & -9) & \\
 \hline
 & & & & 2x & -1 &
 \end{array}$$

- .../2 2. Factoriser $x^6 - y^6$

On a:

- $x^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = (x - y)(x + y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
- $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

- .../6 3. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\frac{3}{x+2} \geq \frac{-5}{4-3x}$

On a successivement:

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{x+2} \geq \frac{-5}{4-3x} &\Leftrightarrow \frac{3}{x+2} - \frac{-5}{4-3x} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{3(4-3x) + 5(x+2)}{(x+2)(4-3x)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{12-9x+5x+10}{(x+2)(4-3x)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{22-4x}{(x+2)(4-3x)} \geq 0
 \end{aligned}$$

Le tableau de signe est:

x		-2	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{2}$	
$22 - 4x$	+		+	+	0 -
$x + 2$	-	0	+	+	+
$4 - 3x$	+		+	0 -	-
$\ln(x)$	-	#	+	#	- 0 +

et la solution est :

$$S : \left] -2, \frac{4}{3} \right[\cup \left[\frac{11}{2}, +\infty \right[$$

.../4 4. Développer et réduire $x^2(1 - 2x)^3 - (3x + 1)^3$

On a successivement:

$$\begin{aligned}
 x^2(1 - 2x)^3 - (3x + 1)^3 &= x^2(1 - 3(1)^2(2x) + 3(1)(2x)^2 - (2x)^3) - ((3x)^3 + 3(3x)^2(1) + 3(3x)(1)^2 + 1^3) \\
 &= x^2(1 - 6x + 12x^2 - 8x^3) - (27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) \\
 &= x^2 - 6x^3 + 12x^4 - 8x^5 - 27x^3 - 27x^2 - 9x - 1 \\
 &= -8x^5 + 12x^4 - 33x^3 - 26x^2 - 9x - 1
 \end{aligned}$$

.../4 5. Réduire en ne laissant que des exposants positifs $\frac{[(-3)^{-2}a^{-5}b^3] (-2^{-4}a^7b^{-3})^{-2}}{(-3a^5b^{-2})^{-3}}$

On a successivement:

$$\begin{aligned}
 \frac{[(-3)^{-2}a^{-5}b^3] (-2^{-4}a^7b^{-3})^{-2}}{(-3a^5b^{-2})^{-3}} &= \frac{[9^{-1}a^{-5}b^3] (-16^{-1}a^7b^{-3})^{-2}}{(-3a^5b^{-2})^{-3}} \\
 &= \frac{[9^{-1}a^{-5}b^3] (256a^{-14}b^6)}{(-27^{-1}a^{-15}b^6)} \\
 &= -768a^{-5-14+15}b^{3+6-6} \\
 &= -768a^{-4}b^3 \\
 &= \frac{-768b^3}{a^4}
 \end{aligned}$$