Fiche savoir faire :

Factorisation par la méthode des diviseurs binômes

Méthode

- *Loi du reste* : le reste de la division d'un polynôme $P(x)$ par un binôme de la forme $(x-a)$ est la valeur numérique de ce polynôme pour $x = a$
- Un polynôme $P(x)$ est divisible par un binôme de la forme $(x-a)$ si le reste de la division de $P(x)$ par $(x-a)$ est nul, c'est-à-dire si la valeur numérique de $P(x)$ pour $x = a$ est nulle ou $P(a) = 0$
- Si un polynôme $P(x)$ est divisible par un binôme de la forme $(x-a)$, alors il pourra s'écrire sous la forme d'un produit du type $(x-a).Q(x)$
- Pour factoriser un polynôme $P(x)$, on peut rechercher un facteur de la forme $(x-a)$ par lequel il est divisible. Dans ce cas, le nombre a est *nécessairement* diviseur du terme indépendant de $P(x)$.

Exemple

On cherche à factoriser le polynôme $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$.

- On recherche alors les diviseurs du terme indépendant : $div 6 = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$.
- On évalue ensuite la valeur du polynôme $P(x)$ pour ces différentes valeurs. On obtient $P(1) = 0$. Le polynôme est donc divisible par $(x-1)$.
- En effectuant la division d'Horner, on obtient :

$$
\begin{array}{c|ccc|c}
 & 1 & -2 & -5 & 6 \\
1 & & 1 & -1 & -6 \\
\hline
 & 1 & -1 & -6 & 0
\end{array}
$$

  On peut donc écrire : $P(x) = (x-1)(x^2 - x - 6)$.
- En effectuant la même démarche pour le polynôme $Q(x) = x^2 - x - 6$, on obtient : $P(x) = (x-1)(x-3)(x+2)$.