



Nom, Prénom:

Interrogation N°8

Analyse combinatoire

Série A

Le 28 janvier 2013

Classe: 6A - C - E

**Consignes (à lire ou... relire impérativement avant de démarrer le devoir surveillé)**

- ✓ Répondre sur des feuilles A4 *quadrillées*;
- ✓ On peut répondre au crayon et dans le désordre (ne pas oublier de noter clairement le numéro de la question);
- ✓ Veiller à la présentation et au soin. Etre attentif à l'orthographe!
- ✓ La présentation des résultats entrera en ligne de compte dans l'évaluation. Les résultats d'un calcul mathématique *peuvent comprendre des phrases françaises!!!!*
- ✓ Justifier toutes les réponses et, quand c'est nécessaire, en *français correct*!
- ✓ Lire convenablement l'énoncé pour éviter les calculs interminables et ne pas oublier les conclusions!

1. A partir d'un jeu de 52 cartes, de combien de façons différentes peut-on former la suite ordonnée VALET, DAME, ROI, AS si l'on veut que les cartes de cette suite soient

(a) d'enseignes différentes

*Note* : les enseignes sont pique, trèfle, coeur et carreau.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$$

(b) de la même enseigne

$$4 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4$$

(c) de n'importe quelle enseigne

$$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^4 = 256$$

2. En Belgique, combien peut-on créer de numéro de GSM ? (pour rappel, un numéro de GSM comporte 10 chiffres)

Le premier chiffre est un 0, le second un 4, les autres peuvent être n'importe quoi. Il y a donc  $1 \cdot 1 \cdot 10^8$  numéros possibles.

3. Combien de mots différents peut-on former avec les lettres du mot **RESSASSER** ?

$$\frac{9!}{2!2!4!} = 3780$$

Parmi ceux-ci combien

(a) commencent par S ;

$$\frac{4 \cdot 8!}{2!2!4!} = 1680$$

(b) commencent par une voyelle ;

$$\frac{3 \cdot 8!}{2!2!4!} = 1260$$

4. Combien y a-t-il de mots de 5 lettres différentes ?

$26 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 7893600$  Parmi ceux-ci,

(a) combien commencent par une voyelle ?

$6 \cdot 25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22 = 1821600$

(b) combien comprennent des voyelles et des consonnes alternées ?

$(6 \cdot 20 \cdot 5 \cdot 19 \cdot 4) + (20 \cdot 6 \cdot 19 \cdot 5 \cdot 18) = 250800$

(c) combien comprennent trois consonnes et des voyelles dont a, b, c mais ne comprennent ni m, ni n, ni o, ni p, ni q ?

$2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 14 \cdot 4 = 112$

5. Dans un groupe de 12 étudiants qui résident dans un chalet, on doit en choisir 3 pour faire la cuisine et 4 autres pour laver la vaisselle. De combien de façons peut-on faire ce choix si 3 des étudiants ne savent pas cuisiner ?

$\frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4!} = 10584$

6. Dans le développement de  $\left(x\sqrt{3} - \frac{1}{x^2\sqrt{2}}\right)^{12}$ , déterminer

(a) le 8<sup>ème</sup> terme ;

$\frac{4455}{16x^{12}}$

(b) le terme en  $x^3$ .

$-4455\sqrt{6}x^3$

7. Développer complètement  $\left(\frac{1}{y} - 2\sqrt{y}\right)^5$

$\left(\frac{1}{y} - 2\sqrt{y}\right)^5 = \frac{1}{y^5} - \frac{10\sqrt{y}}{y^4} + \frac{40}{y^2} - \frac{80\sqrt{y}}{y} + 80y - 32y^2\sqrt{y}$



Nom, Prénom:

Interrogation N°8

Analyse combinatoire

Série B

Le 28 janvier 2013

Classe: 6A - C - E

**Consignes (à lire ou... relire impérativement avant de démarrer le devoir surveillé)**

- ✓ Répondre sur des feuilles A4 *quadrillées*;
- ✓ On peut répondre au crayon et dans le désordre (ne pas oublier de noter clairement le numéro de la question);
- ✓ Veiller à la présentation et au soin. Etre attentif à l'orthographe!
- ✓ La présentation des résultats entrera en ligne de compte dans l'évaluation. Les résultats d'un calcul mathématique *peuvent comprendre des phrases françaises!!!!*
- ✓ Justifier toutes les réponses et, quand c'est nécessaire, en *français correct*!
- ✓ Lire convenablement l'énoncé pour éviter les calculs interminables et ne pas oublier les conclusions!

1. Dans un groupe de 10 étudiants qui résident dans un chalet, on doit en choisir 2 pour faire la cuisine et 3 autres pour laver la vaisselle. De combien de façons peut-on faire ce choix si 3 des étudiants ne savent pas cuisiner ?

$$\frac{7.6}{2!} \cdot \frac{8.7.6}{3!} = 1176$$

2. En Belgique, combien peut-on créer de numéro de GSM ? (pour rappel, un numéro de GSM comporte 10 chiffres)

Le premier chiffre est un 0, le second un 4, les autres peuvent être n'importe quoi. Il y a donc  $1.1.10^8$  numéros possibles.

3. Combien de mots différents peut-on former avec les lettres du mot **ESSAYASSE** ?

$$\frac{9!}{2!2!4!} = 3780$$

Parmi ceux-ci combien

- (a) commencent par A ;

$$\frac{2.8!}{2!2!4!} = 840$$

- (b) commencent par une consonne ;

$$\frac{4.8!}{2!2!4!} = 1680$$

4. A partir d'un jeu de 52 cartes, de combien de façons différentes peut-on former la suite ordonnée VALET, DAME, ROI, AS si l'on veut que les cartes de cette suite soient

(a) d'enseignes différentes

*Note* : les enseignes sont pique, trèfle, coeur et carreau.

$$4.3.2.1=4!=24$$

(b) de la même enseigne

$$4.1.1.1=4$$

(c) de n'importe quelle enseigne

$$4.4.4.4=4^4=256$$

5. Dans le développement de  $\left(a^2\sqrt{3} - \frac{1}{a\sqrt{2}}\right)^{13}$ , déterminer

(a) le 11<sup>ème</sup> terme ;

$$\frac{429\sqrt{3}}{16a^4}$$

(b) le terme en  $a^{14}$ .

$$\frac{57915\sqrt{3}a^{14}}{4}$$

6. Développer complètement  $\left(\sqrt{b} - \frac{2}{b}\right)^5$

$$\left(\sqrt{b} - \frac{2}{b}\right)^5 = b^2\sqrt{b} - 10b + \frac{40\sqrt{b}}{b} - \frac{80}{b^2} + \frac{80\sqrt{b}}{b^4} - \frac{32}{b^5}$$

7. Combien y a-t-il de mots de 6 lettres différentes ?

$$26.25.24.23.22.21=165765600 \text{ Parmi ceux-ci,}$$

(a) combien se terminent par une voyelle ?

$$25.24.23.22.21.6=38253600$$

(b) combien comprennent des voyelles et des consonnes alternées ?

$$2.(6.20.5.19.4.18)=1641600$$

(c) combien comprennent trois consonnes et des voyelles dont x, y, z mais ne comprennent ni h, ni i, ni j, ni k, ni l ?

$$2.1.1.14.4.3=336$$