

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°9 - Solutions

Les hyperboles

Série A

Le 5 février 2019

Classe: 6B

- .../6 1. On donne l'hyperbole d'équation $H \equiv 9x^2 - 3y^2 + 9 = 0$. Déterminer les caractéristiques de l'hyperbole (axe focal, coordonnées des sommets et des foyers, équations des asymptotes).
Sous forme réduite et canonique, l'hyperbole s'écrit :

$$\frac{y^2}{3} - x^2 = 1$$

Il s'agit d'une hyperbole centrée, d'axe focal Oy , $a^2 = 3$, $b^2 = 1$ et $c^2 = 4$. Les sommets ont pour coordonnées $(0, \pm\sqrt{3})$, les foyers $(0, \pm 2)$ et les asymptotes ont pour équations $y = \pm\sqrt{3}x$.

- .../7 2. Un point se déplace de telle sorte que sa distance au point $(2,0)$ est toujours égale au double de sa distance à la droite $d \equiv x - 8 = 0$. Trouver l'équation et les caractéristiques du lieu obtenu.

En explicitant la propriété géométrique donnée, on obtient :

$$\sqrt{(x-2)^2 + y^2} = 2|8-x|$$

En élevant au carré, en développant et en réduisant l'expression, on obtient :

$$-3x^2 + 60x + y^2 = 252$$

Il s'agit d'une hyperbole décentrée. Pour déterminer ses caractéristiques, on l'écrit sous forme canonique :

$$\frac{(x-10)^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$$

Le centre est $C(10,0)$, l'axe focale est parallèle à l'axe Ox , $a = 4$, $b^2 = 48$ et $c^2 = 64$. Les sommets ont pour coordonnées $(10 \pm 4, 0)$, les foyers $(10 \pm 8, 0)$ et les asymptotes ont pour équation $y = \pm\sqrt{3}(x-10)$

- .../7 3. On donne l'hyperbole d'équation $3x^2 - y^2 + 18x + 2y + 44 = 0$. Déterminer les caractéristiques de l'hyperbole (axe focal, coordonnées des sommets et des foyers, équations des asymptotes).
Sous forme réduite et canonique, l'hyperbole s'écrit :

$$\frac{(y-1)^2}{18} - \frac{(x+3)^2}{6} = 1$$

Il s'agit d'une hyperbole décentrée, d'axe focal parallèle à Oy , $a^2 = 18$, $b^2 = 6$ et $c^2 = 24$. Le centre est $C(1, -3)$. Les sommets ont pour coordonnées $(1, -3 \pm 3\sqrt{2})$, les foyers $(1, -3 \pm 2\sqrt{6})$ et les asymptotes ont pour équations $y = -3 \pm \sqrt{3}(x-1)$.



Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°9 - Solutions

Les hyperboles

Série B

Le 5 février 2019

Classe: 6B

- .../6 1. On donne l'hyperbole d'équation $H \equiv 64x^2 - 16y^2 + 64 = 0$. Déterminer les caractéristiques de l'hyperbole (axe focal, coordonnées des sommets et des foyers, équations des asymptotes).
Sous forme réduite et canonique, l'hyperbole s'écrit :

$$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$

Il s'agit d'une hyperbole centrée, d'axe focal Oy , $a^2 = 4$, $b^2 = 1$ et $c^2 = 5$. Les sommets ont pour coordonnées $(0, \pm 2)$, les foyers $(0, \pm \sqrt{5})$ et les asymptotes ont pour équations $y = \pm 2x$.

- .../7 2. Un point se déplace de telle sorte que sa distance au point $(-2, 0)$ est toujours égale au double de sa distance à la droite $d \equiv x + 8 = 0$. Trouver l'équation et les caractéristiques du lieu obtenu.

En explicitant la propriété géométrique donnée, on obtient :

$$\sqrt{(x+2)^2 + y^2} = 2|-8-x|$$

En élevant au carré, en développant et en réduisant l'expression, on obtient :

$$-3x^2 - 60x + y^2 = 252$$

Il s'agit d'une hyperbole décentrée. Pour déterminer ses caractéristiques, on l'écrit sous forme canonique :

$$\frac{(x+10)^2}{16} - \frac{y^2}{48} = 1$$

Le centre est $C(-10, 0)$, l'axe focale est parallèle à l'axe Ox , $a = 4$, $b^2 = 48$ et $c^2 = 64$. Les sommets ont pour coordonnées $(-10 \pm 4, 0)$, les foyers $(-10 \pm 8, 0)$ et les asymptotes ont pour équation $y = \pm \sqrt{3}(x+10)$

- .../7 3. On donne l'hyperbole d'équation $3x^2 - y^2 - 18x - 2y + 44 = 0$. Déterminer les caractéristiques de l'hyperbole (axe focal, coordonnées des sommets et des foyers, équations des asymptotes).
Sous forme réduite et canonique, l'hyperbole s'écrit :

$$\frac{(y+1)^2}{18} - \frac{(x-3)^2}{6} = 1$$

Il s'agit d'une hyperbole décentrée, d'axe focal parallèle à Oy , $a^2 = 18$, $b^2 = 6$ et $c^2 = 24$. Le centre est $C(-1, +3)$. Les sommets ont pour coordonnées $(-1, 3 \pm 3\sqrt{2})$, les foyers $(-1, 3 \pm 2\sqrt{6})$ et les asymptotes ont pour équations $y = 3 + \pm \sqrt{3}(x+1)$.