Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Systèmes linéaires

Série A

Le 24 octobre 2018 | Classe: 6B

.../6 1. Résoudre le système suivant par la méthode de Gauss en ***explicitant*** les calculs :

$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ x - y + 2z = -1 \\ 2x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ x - y + 2z = -1 \\ 2x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

inversion de L_3 et L_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y - z = 5 \\ 2x + 2y - z = 6 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$

L_2=L_2-2L_3 et L_1=L_1-3L_3 $\Leftrightarrow \begin{cases} 4y - 7z = 8 \\ 4y - 5z = 8 \\ x - y + 2z = -1 \end{cases}$

inversion de L_3 et L_1 $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 4y - 7z = 8 \\ 4y - 5z = 8 \end{cases}$

L_3=L_3-L_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} x - y + 2z = -1 \\ 4y - 7z = 8 \\ 2z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 0 \end{cases}$

$S : \{1, 2, 0\}$

.../4 2. Vérifier que $\left\{\left(12, \frac{1}{6}, -8\right)\right\}$ est solution du système :

$$\begin{cases} 15x - 12y - \frac{3}{2}z = 190 \\ -14x + \frac{3}{4}y - 11z = -\frac{639}{8} \\ 24y - 17z = 140 \end{cases}$$

Pour vérifier que $\left\{\left(12, \frac{1}{6}, -8\right)\right\}$ est solution du système, on remplace x, y et z par ces valeurs dans le système. On obtient

$$\begin{cases} 15.12 - 12.\frac{1}{6} - \frac{3}{2}(-8) = 190 \\ -14.12 + \frac{3}{4}.\frac{1}{6} - 11(-8) = -\frac{639}{8} \\ 24.\frac{1}{6} - 17(-8) = 140 \end{cases}$$

Toutes les égalités sont vérifées

.../10 3. Résoudre et discuter en fonction du paramètre a le système :

$$\begin{cases} x + ay - (a-2)z = 1 \\ ax + a^2y - 3z = a \\ (a-1)x + 6y + (a-5)z = 2 \end{cases}$$

On supposera que le déterminant de la matrice du système est donné par

$$\det A = (a+1)(a+2)(a-3)^2$$

$$\det A = (a-3)^2(a+2)(a+1)$$

- $a \neq -1$,$a \neq -2$ ou $a \neq 3$

$$S = \left\{\left(\frac{2}{a+2}, \frac{1}{a+2}, 0\right) | a \in \mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 3\}\right\}$$

- $a = -2$: Système impossible

$$S = \phi$$

- $a = -1$: Système simplement indéterminé

$$S = \{(2-3k, 1, k) \,|k \in \mathbb{R}\}$$

- $a = 3$: Système doublement indéterminé

$$S = \{(-3k_1 + k_2 + 1, k_1, k_2) \,|k_1, k_2 \in \mathbb{R}\}$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Systèmes linéaires

Série B

Le 24 octobre 2018 | Classe: 6B

.../6 1. Résoudre le système suivant par la méthode de Gauss en ***explicitant*** les calculs :

$$\begin{cases} x-2y+z=-5 \\ 2x-3y-z=-5 \\ x-y+z=-3 \end{cases}$$

Voir série A

.../4 2. Vérifier que $\left\{\left(\frac{1}{6},-8,12\right)\right\}$ est solution du système :

$$\begin{cases} 24x-17y=140 \\ \frac{3}{4}x-11y-14z=-\frac{639}{8} \\ -12x-\frac{3}{2}y+15z=190 \end{cases}$$

Voir série A

.../10 3. Résoudre et discuter en fonction du paramètre m le système :

$$\begin{cases} (m-1)x+6y+(m-5)z=2 \\ x+my-(m-2)z=1 \\ mx+m^2y-3z=m \end{cases}$$

On supposera que le déterminant de la matrice du système est donné par

$$\det A=(m+1)(m+2)(m-3)^2$$

$$\det A=(m-3)^2(m+2)(m+1)$$

- $m\neq -1$,$m\neq -2$ ou $m\neq 3$

$$S=\left\{\left(\frac{2}{m+2},\frac{1}{m+2},0\right)|m\in\mathbb{R}\backslash\{-2,-1,3\}\right\}$$

- $m=-2$: Système impossible

$$S=\phi$$

- $m=-1$: Système simplement indéterminé

$$S=\{(2-3k,1,k)\,|k\in\mathbb{R}\}$$

- $m=3$: Système doublement indéterminé

$$S=\{(-3k_1+k_2+1,k_1,k_2)\,|k_1,k_2\in\mathbb{R}\}$$