



Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Rappels de 5ème : trigonométrie

Série A

Le 17 octobre 2017

Classe: 6B

.../5

Résoudre dans l'intervalle  $]-\pi, \pi]$

-  $\cos 3x = \sin x$

On a successivement :

$$\cos 3x = \sin x \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \\ 3x = -\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2} \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} .$$

Les solutions sont donc :  $S : \left\{ -\frac{7\pi}{8}, -\frac{3\pi}{8}, -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{8} \right\}$

.../7

-  $\cos^2 x > \frac{1 + \sin x}{2}$

On a successivement :

$$2 \cos^2 x > 1 + \sin x \Leftrightarrow 2(1 - \sin^2 x) - \sin x - 1 > 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2 x - \sin x + 1 > 0.$$

Le tableau de signe de cette inéquation est :

$\sin x$	-1	$\frac{1}{2}$
$In$	- 0 + 0 -	

et la solution est  $\sin x \in \left] -1, \frac{1}{2} \right[$  et, grâce au cercle trigonométrique :

$$x \in \left] -\pi, \frac{\pi}{6} \right] \cup \left] \frac{5\pi}{6}, \pi \right]$$

.../8

-  $\frac{1 + \sin 2x}{\cos 2x - \cos x} \geq 0$

Pour établir le tableau de signe de l'inéquation, il faut chercher les zéros du numérateur et du dénominateur dans l'intervalle  $]-\pi, \pi]$ .

Pour le numérateur, on a successivement  $1 + \sin 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \Leftrightarrow$

$$x = -\frac{\pi}{4} + k\pi.$$

Pour le dénominateur, on a successivement :  $\cos 2x - \cos x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0$   
dont les solutions sont  $\cos x = 1$  et  $\cos x = -\frac{1}{2}$  ce qui correspond à  $x = 0 + 2k\pi$  et  
 $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ .

Le tableau de signe est le suivant :

$x$	$-\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$0$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\pi$
$1 + 2 \sin x$	-	-	0	+	+	+	-
$\cos x - 1$	-	-	-	0	-	-	-
$2 \cos x + 1$	-	0	+	+	0	-	-
<i>In</i>	-	<del>#</del>	+	0	-	<del>#</del>	-

et la solution est :  $S : \left] -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{4} \right] \cup \left] \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4} \right]$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Rappels de 5ème : trigonométrie

Série B

Le 17 octobre 2017

Classe: 6B

- .../5 Résoudre dans l'intervalle  $]-\pi, \pi]$   
 -  $\cos x = \sin 3x$   
 cf. Série A.  
 Les solutions sont donc :  $S : \left\{ -\frac{7\pi}{8}, -\frac{3\pi}{4}, -\frac{3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{8} \right\}$
- .../7 -  $\frac{1 + \sin x}{2} < \cos^2 x$   
 cf. Série A.
- .../8 -  $\frac{\cos 2x - \cos x}{1 + \sin 2x} \geq 0$   
 cf. Série A.  
 La solution est :  $S : \left[ -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{4} \right[ \cup \left[ \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4} \right[$