Nom, Prénom:

**Devoir surveillé n°2 - Solutions**

**Inéquations trigonométriques**

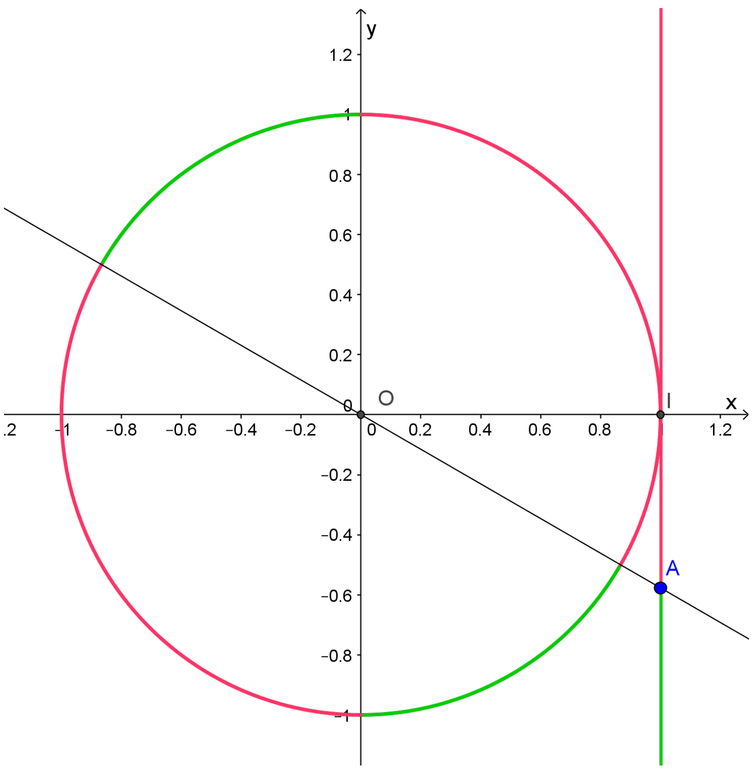
**Série A**

Le 4 octobre 2021 Classe: 6A

Résoudre sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ :

.../6 1. $\sqrt{3}\tan x + 1 \leq 0$

On a $\tan x \leq -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Le cercle trigonométrique nous donne :




La solution est donc : $\left]-\dfrac{\pi}{2}, -\dfrac{\pi}{6}\right] \cup \left]\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{5\pi}{6}\right]$

.../14 2. $\dfrac{2\cos 2x - 1}{\cos 2x - \cos x} \geq 0$

Pour construire le tableau de signe, cherchons les zéros du numérateur et du dénominateur.

$$\text{N} : 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}$$

et les solutions sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ sont $-\dfrac{5\pi}{6}$, $-\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$.

$$\text{D} : \cos 2x - \cos x > 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x - \cos x - 1 > 0$$
$$\Leftrightarrow \cos x_1 = -\frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \cos x_2 = 1$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{2\pi}{3} \\ x = \dfrac{2\pi}{3} \end{cases} \quad \text{et} \quad x = 0 \qquad \text{dans l'intervalle } ]-\pi, \pi]$$

Le tableau de signe est :

| $x$ | $-\pi$ | | $-\frac{5\pi}{6}$ | | $-\frac{2\pi}{3}$ | | $-\frac{\pi}{6}$ | | $0$ | | $\frac{\pi}{6}$ | | $\frac{2\pi}{3}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2\cos 2x - 1$ | | + | 0 | - | | - | 0 | + | | + | 0 | - | | - | 0 | + | |
| $2\cos x + 1$ | | - | | - | 0 | + | | + | | + | | + | 0 | - | | - | |
| $\cos x - 1$ | | - | | - | | - | | - | 0 | - | | - | | - | | - | |
| $In(x)$ | | + | 0 | - | $\nexists$ | + | 0 | - | $\nexists$ | - | 0 | + | $\nexists$ | - | 0 | + | |

et la solution est : S : $\left]-\pi, -\dfrac{5\pi}{6}\right] \cup \left]-\dfrac{2\pi}{3}, -\dfrac{\pi}{6}\right] \cup \left[\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{2\pi}{3}\right[ \cup \left[\dfrac{5\pi}{6}, \pi\right]$

Athénée Royal Uccle 1

# Nom, Prénom:

## Devoir surveillé n°2 - Solutions

## Inéquations trigonométriques

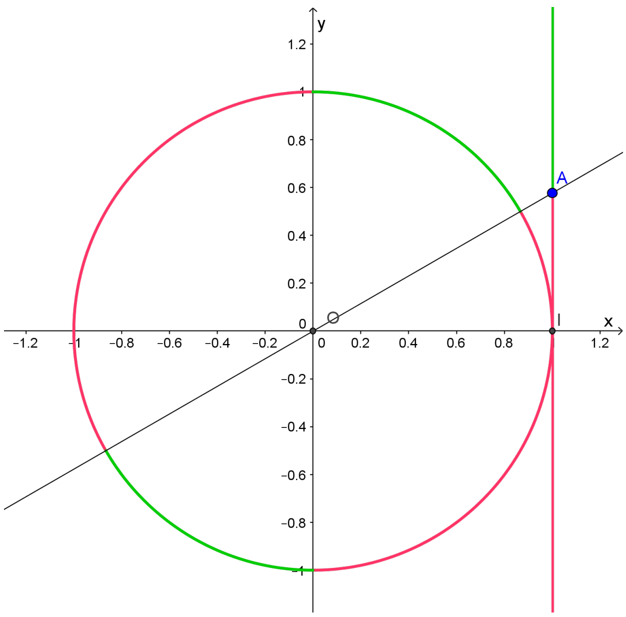
## Série A

Le 4 octobre 2021 Classe: 6A

Résoudre sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ :

.../6 1. $\sqrt{3}\tan x - 1 \geq 0$

On a $\tan x \geq \dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Le cercle trigonométrique nous donne :




La solution est donc : $\left[-\dfrac{5\pi}{6}, -\dfrac{\pi}{2}\right[ \cup \left[\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{2}\right[$

.../14 2. $\dfrac{2\cos 2x - 1}{\cos 2x + \cos x} \geq 0$

Pour construire le tableau de signe, cherchons les zéros du numérateur et du dénominateur.

$$\begin{aligned}
&\text{N} : 2\cos 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \\ 2x = -\dfrac{\pi}{3} + 2k\pi \end{cases}\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{6} + k\pi \\ x = -\dfrac{\pi}{6} + k\pi \end{cases}
\end{aligned}$$

et les solutions sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ sont $-\dfrac{5\pi}{6}$, $-\dfrac{\pi}{6}$, $\dfrac{\pi}{6}$ et $\dfrac{5\pi}{6}$.

$$\begin{aligned}
&\text{D} : \cos 2x + \cos x > 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 1 > 0\\
&\Leftrightarrow \cos x_1 = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad \cos x_2 = -1\\
&\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\dfrac{\pi}{3} \\ x = \dfrac{\pi}{3} \end{cases} \quad \text{et} \quad x = \pi \qquad \text{dans l'intervalle } ]-\pi, \pi]
\end{aligned}$$

Le tableau de signe est :

| $x$ | $-\pi$ | | $-\frac{5\pi}{6}$ | | $-\frac{\pi}{3}$ | | $-\frac{\pi}{6}$ | | $0$ | | $\frac{\pi}{6}$ | | $\frac{\pi}{3}$ | | $\frac{5\pi}{6}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2\cos 2x - 1$ | | + | 0 | - | | - | 0 | + | | + | 0 | - | | - | 0 | + | |
| $2\cos x - 1$ | | - | | - | 0 | + | | + | | + | | + | 0 | - | | - | |
| $\cos x + 1$ | 0 | + | | + | | + | | + | | + | | + | | + | | + | 0 |
| $In(x)$ | $\nexists$ | - | 0 | + | $\nexists$ | - | 0 | + | | + | 0 | - | $\nexists$ | + | 0 | - | $\nexists$ |

et la solution est : S : $\left[-\dfrac{5\pi}{6}, -\dfrac{\pi}{3}\right[ \cup \left[-\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{6}\right] \cup \left]\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{6}\right[$