

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°13 - Solutions

Nombres complexes

Série A

Le 24 avril 2019

Classe: 6B

.../4 1. Calculer

$$\frac{(1 - 2i)^3}{2 + i} + 3 - 2i$$

$$\frac{(1 - 2i)^3}{2 + i} + 3 - 2i = i - 1$$

.../16 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :

$$z^6 - 3z^3 = i - 3$$

On pose $t = z^3$. L'équation devient :

$$t^2 - 3t + 3 - i = 0$$

Le Δ de cette équation est $\Delta = 4i - 3$ et les racines de Δ sont $\pm(1 + 2i)$. Les solutions de l'équation en t sont :

$$S : \{2 + i, 1 - i\}$$

Pour obtenir les solutions de l'équations en z , on écrit les nombres t_1 et t_2 sous forme trigonométriques. On a :

$$\begin{cases} t_1 = 2 + i = \sqrt{5} \operatorname{cis} (0,464 + 2k\pi) \\ t_2 = 1 - i = \sqrt{2} \operatorname{cis} \left(-\frac{\pi}{4} + 2k\pi\right) \end{cases}$$

Les solutions de l'équation sont donc

$$S : \left\{ \sqrt[3]{5} \operatorname{cis} \left(0,155 + 2k\frac{\pi}{3}\right), \sqrt[3]{2} \operatorname{cis} \left(-\frac{\pi}{12} + 2k\frac{\pi}{3}\right) \right\}$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°13 - Solutions

Nombres complexes

Série B

Le 24 avril 2019

Classe: 6B

.../4 1. Calculer

$$3 - 5i + \frac{(2i - 1)^3}{2 + i}$$

$$3 - 5i + \frac{(2i - 1)^3}{2 + i} = 7 - 8i$$

.../16 2. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation :

$$z^6 + 3z^3 = i - 3$$

On pose $t = z^3$. L'équation devient :

$$t^2 + 3t + 3 - i = 0$$

Le Δ de cette équation est $\Delta = 4i - 3$ et les racines de Δ sont $\pm(1 + 2i)$. Les solutions de l'équation en t sont :

$$S : \{-2 - i, -1 + i\}$$

Pour obtenir les solutions de l'équations en z , on écrit les nombres t_1 et t_2 sous forme trigonométriques. On a :

$$\begin{cases} t_1 = 2 + i = \sqrt{5} \operatorname{cis} (3,605 + 2k\pi) \\ t_2 = 1 - i = \sqrt{2} \operatorname{cis} \left(\frac{3\pi}{4} + 2k\pi \right) \end{cases}$$

Les solutions de l'équation sont donc

$$S : \left\{ \sqrt[3]{5} \operatorname{cis} \left(1,202 + 2k\frac{\pi}{3} \right), \sqrt[3]{2} \operatorname{cis} \left(\frac{\pi}{4} + 2k\frac{\pi}{3} \right) \right\}$$