Formules de dérivation

$$(f(x) \pm g(x))' = f(x)' \pm g(x)'$$

$$(f(x).g(x))' = f(x)'g(x) + f(x)g(x)'$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f(x)'g(x) - f(x)g(x)'}{g(x)^2}$$

$$(kf(x))' = kf(x)'$$

$(k)' = 0$

$(x)' = 1$

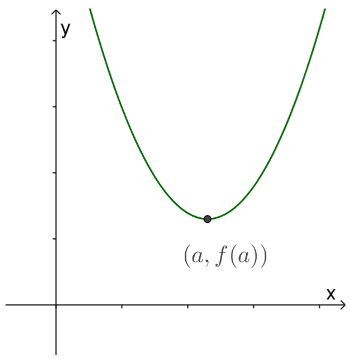
$(x^n)' = nx^{n-1}$	$(f(x)^n)' = nf(x)^{n-1}f(x)'$
$(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{f(x)'}{2\sqrt{f(x)}}$
$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$	$\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)' = -\dfrac{f(x)'}{f^2(x)}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$(\cos f(x))' = -\sin f(x) f(x)'$
$(\sin x)' = \cos x$	$(\sin f(x))' = \cos f(x) f(x)'$
$(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$	$(\tan f(x))' = \dfrac{f(x)'}{\cos^2 f}$
$(\cot x)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$	$(\cot f(x))' = -\dfrac{f(x)'}{\sin^2 f}$
$(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arcsin f(x))' = \dfrac{f(x)'}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
$(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$(\arccos f(x))' = -\dfrac{f(x)'}{\sqrt{1-f^2(x)}}$
$(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$	$(\arctan f(x))' = \dfrac{f(x)'}{1+f^2(x)}$
$(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$	$(\ln f(x))' = \dfrac{f(x)'}{f(x)}$
$(\log_a x)' = \dfrac{1}{x.\ln a}$	$(\log_a f(x))' = \dfrac{f(x)'}{f(x).\ln a}$
$(e^x)' = e^x$	$(e^{f(x)})' = e^{f(x)}.f(x)'$
$(a^x)' = a^x.\ln a$	$(a^{f(x)})' = a^{f(x)}.\ln a.f(x)'$

Rôle de la dérivée première

— Une fonction $f(x)$ est :
- croissante si sa dérivée première est positive ;
- décroissante si sa dérivée première est négative.

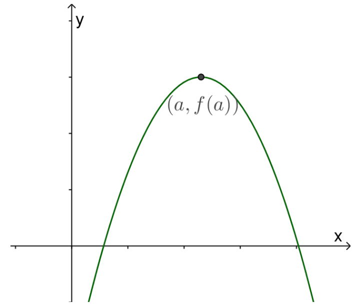
— Une courbe représentative d'une fonction présente un extrémum en un point si, en ce point, la dérivée première de cette fonction s'annule **et** change de signe.

x		a	
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	m $(a, f(a))$	$\nearrow$



OU

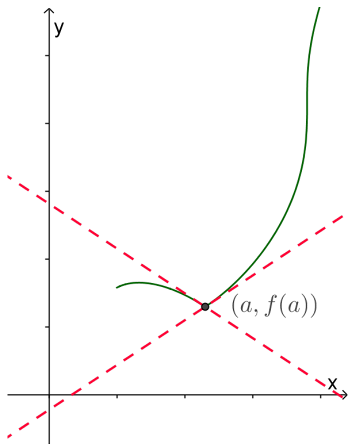
x		a	
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$	M $(a, f(a))$	$\searrow$



Point anguleux et point de rebroussement

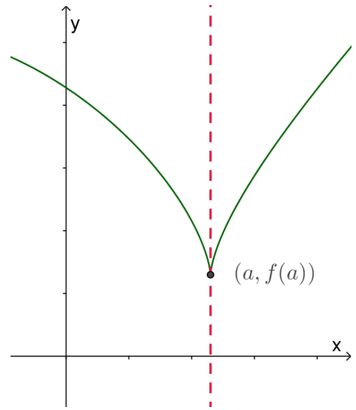
Une fonction présente un point anguleux lorsque sa dérivée première est discontinue (c'est-à-dire qu'elle change de signe sans s'annuler).

x		a	
$f'(x)$	-	$-\frac{2}{3}\Big\vert\frac{2}{3}$	+
$f(x)$	$\searrow$	PA $(a, f(a))$	$\nearrow$



Une fonction présente un point de rebroussement lorsqu'elle présente une tangente verticale (sa dérivée première est infinie) et que sa dérivée première change de signe sans s'annuler.

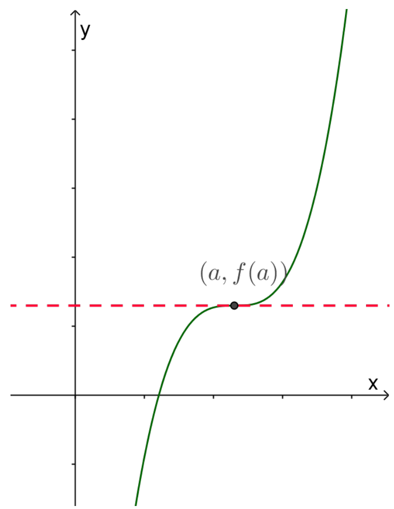
x		a	
$f'(x)$	-	$\pm\infty$	+
$f(x)$	$\searrow$	PR $(a, f(a))$	$\nearrow$



Tangentes horizontale et verticale

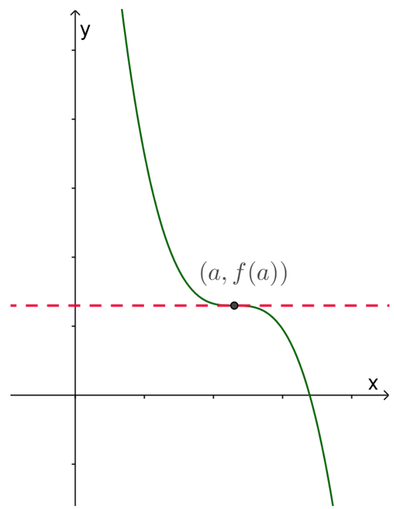
- Une courbe représentative d'une fonction présente une tangente horizontale en un point si, en ce point, la dérivée première de cette fonction s'annule et ne change pas de signe.
- Une courbe représentative d'une fonction présente une tangente verticale en un point si, en ce point, la dérivée première de cette fonction n'existe pas.

x		a	
$f'(x)$	+	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	TH $(a, f(a))$	$\nearrow$

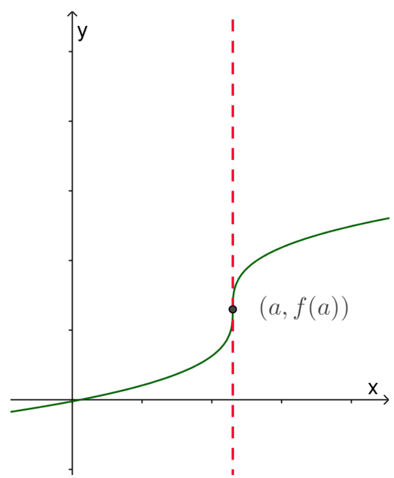


OU

x		a	
$f'(x)$	-	0	-
$f(x)$	$\searrow$	TH $(a, f(a))$	$\searrow$

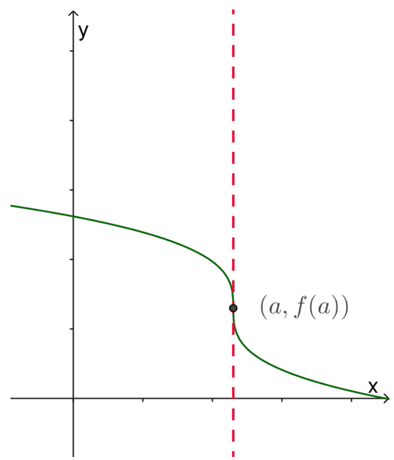


x		a	
$f'(x)$	+	$+\infty$	+
$f(x)$	$\nearrow$	TV $(a, f(a))$	$\nearrow$



OU

x		a	
$f'(x)$	-	$-\infty$	-
$f(x)$	$\searrow$	TV $(a, f(a))$	$\searrow$



Rôle de la dérivée seconde

— Une fonction tourne sa concavité
  - vers le haut si sa dérivée seconde est positive ;
  - vers le bas si sa dérivée seconde est négative.

— Une courbe représentative d'une fonction admet un point d'inflexion en un point si et seulement si
  - cette courbe admet ***une*** tangente en ce point ;
  - la dérivée seconde s'annule **et** change de signe.

x			a		
$f'(x)$	...	-	$-\frac{1}{2}$	-	...
$f''(x)$		-	0	+	
$f(x)$		$\searrow$ $\cap$	PI $(a, f(a))$	$\searrow$ $\cup$