Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°6 - Solutions

Rappels de 4ème : Les fonctions

Le 29 novembre 2021 Classe: 5B - C

.../6 1. Construire le graphe de la fonction

$$f(x) = \left|2 - \sqrt{-2x+1}\right|$$

sur base d'une fonction de référence en explicitant les étapes du dessin.

$f_1(x) = \sqrt{x}$

TH($1\longleftarrow$)

$f_2(x) = \sqrt{x+1}$

SO (Oy)

$f_3(x) = \sqrt{-x+1}$

EH(2)

$f_4(x) = \sqrt{-2x+1}$

SO (Ox)

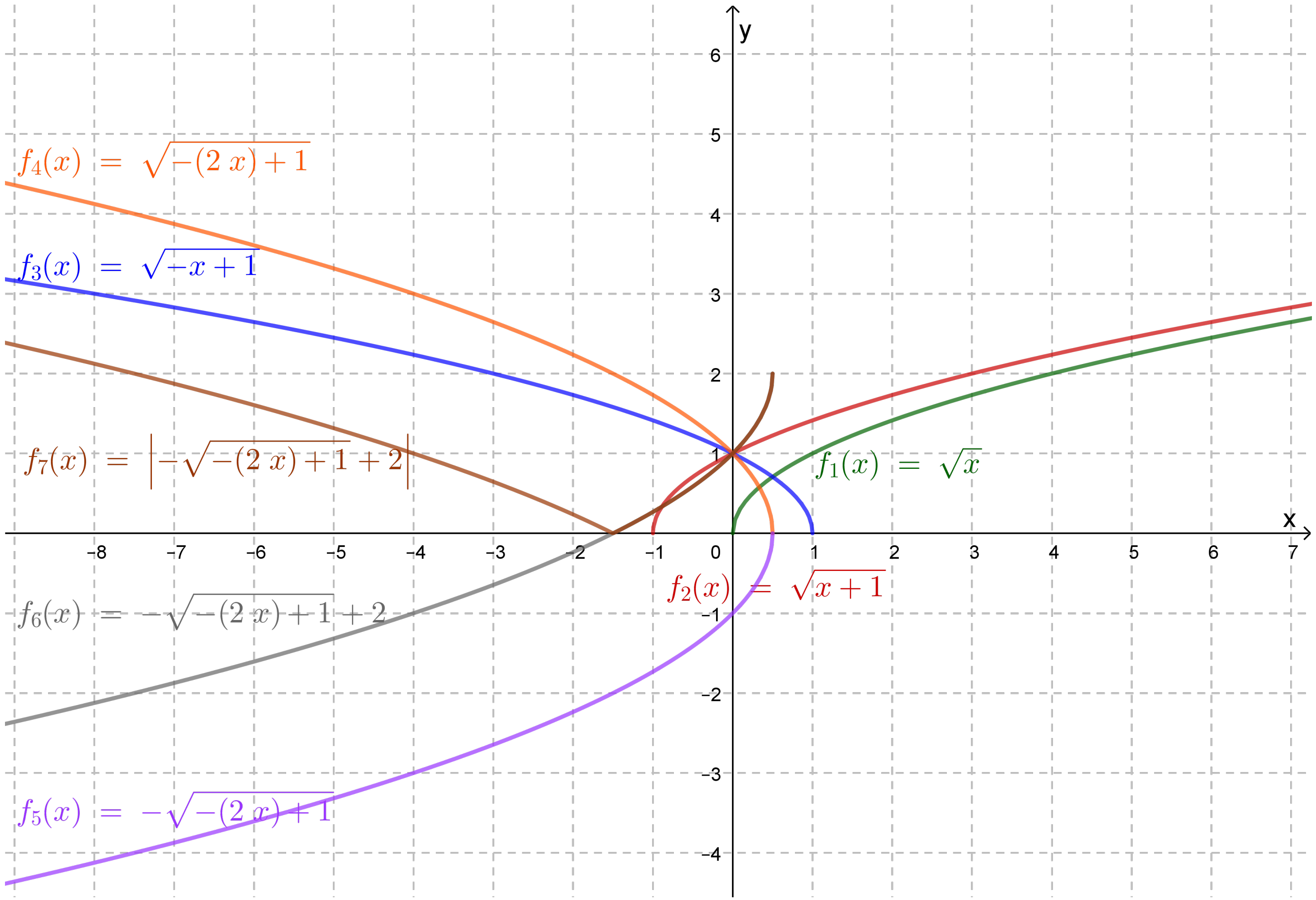
$f_5(x) = -\sqrt{-2x+1}$

TV($2\uparrow$)

$f_6(x) = 2 - \sqrt{-2x+1}$

VA

$f_7(x) = \left|2 - \sqrt{-2x+1}\right|$



$f_4(x) = \sqrt{-(2x)+1}$
$f_3(x) = \sqrt{-x+1}$
$f_7(x) = \left|-\sqrt{-(2x)+1}+2\right|$
$f_1(x) = \sqrt{x}$
$f_2(x) = \sqrt{x+1}$
$f_6(x) = -\sqrt{-(2x)+1}+2$
$f_5(x) = -\sqrt{-(2x)+1}$
x
y

2. On donne la fonction

$$f(x) = \frac{\sqrt{2x^2+x-3}}{\sqrt{x^2+3x+2}}$$

et son graphe.

On demande de déterminer algébriquement ***et*** graphiquement :

.../3 (a) le domaine de $f(x)$;

CE1 : $2x^2+x-3 \geq 0$ et CE2 :$x^2+3x+2 \neq 0$.

Les solutions de la première condition d'existence sont (T.S.) $x \in -\infty, -\frac{1}{2}\Big] \cup [1, +\infty$.

La seconde condition d'existence impose (T.S.) $x \in -\infty, -2] \cup [-1, +\infty$.

Le domaine est donc (droite des réels) dom_f : $-\infty, -2[\cup [1, +\infty$.

Le graphe de $f(x)$ est dessiné en vert sur l'axe Ox du dessin.

.../2 (b) le(s) zéro(s) de $f(x)$;

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2+5x-3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ x = 1 \end{cases}.$$

En raison du domaine de définition, le seul zéro est $x = 1$. C'est la croix rouge sur la figure.

.../3 (c) la valeur exacte et approchée de l'image de -4 par la fonction.

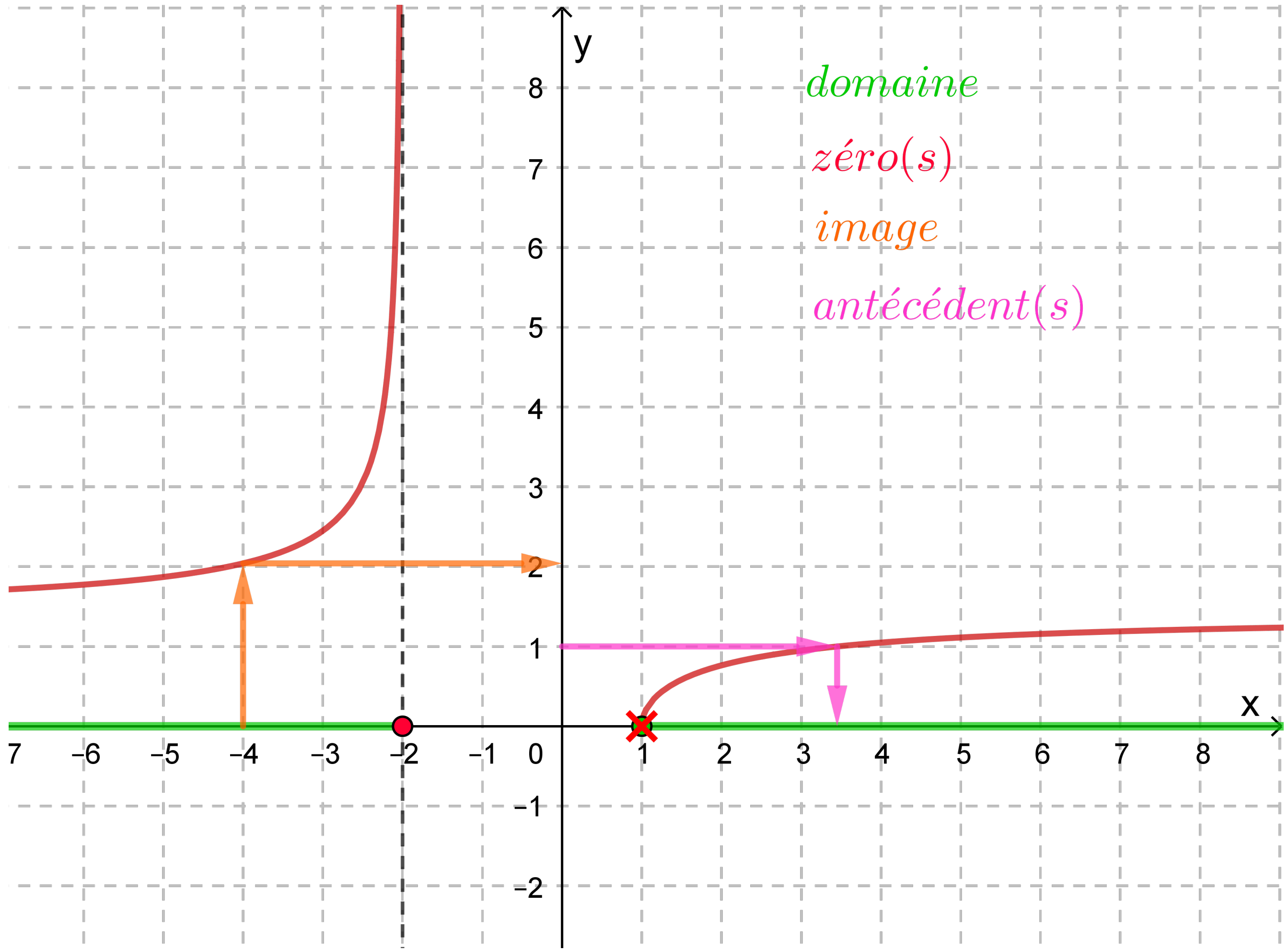
$f(-4) = \frac{\sqrt{2(-4)^2+(-4)-3}}{\sqrt{(-4)^2+3(-4)+2}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} \approx 2,04$, ce qui correspond à la valeur lue en bleu sur le graphique.

.../5 (d) le (les) antécédent(s) de 1 par f. Il faut résoudre $\frac{\sqrt{2x^2+x-3}}{\sqrt{x^2+3x+2}} = 1$. On a successivement :

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2x^2+x-3}}{\sqrt{x^2+3x+2}} = 1 \quad &\Leftrightarrow \sqrt{2x^2+x-3} = \sqrt{x^2+3x+2} \\ &\Leftrightarrow 2x^2+x-3 = x^2+3x+2 \\ &\Leftrightarrow x^2-2x-5 = 0 \end{aligned}$$

Les solutions de cette dernière équation est $x_{1,2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}$.

En raison du domaine de définition, seule la valeur $x = 1+\sqrt{6}$ ($\approx 3,45$) est acceptable (en orange sur le graphe).



domaine
zéro(s)
image
antécédent(s)
y
x
8
7
6
5
4
3
2
1
0
−1
−2
7
−6
−5
−4
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7
8