Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Compléments second degré

Le 26 octobre 2021 Classe: 5B - 5C

.../9 1. Discuter le nombre, le signe et la position relative des racines de l'équation du second degré paramétrique ($m \in \mathbb{R}$) :

$$(2+m)x^2 + 4(3-m)x = 1-m$$

$\Delta_x = 3m^2 - 25m + 38$ qui s'annule en $m = \dfrac{19}{3}$ et $m = 2$, $S = \dfrac{4(m-3)}{m+2}$ et $P = \dfrac{m-1}{m+2}$.
Discussion :$|x_1| > |x_2|$

m	Δ_x	P	S	Conclusions
	+	+	+	2 racines positives
-2	+	$\nexists$	$\nexists$	1^er^ degré
	+	-	-	2 racines : $x_1 < 0 < x_2$
1	+	0	-	2 racines : $x_1 < 0$ et $x_2 = 0$
	+	+	-	2 racines négatives
2	0	+	-	1 racine négative
	-	+	-	pas de racine
3	-	+	0	pas de racine
	-	+	+	pas de racine
$\frac{19}{3}$	0	+	+	1 racine positive
	+	+	+	2 racines positives

.../4 2. Résoudre

$$x^8 - 3 = -2x^4$$

En posant $y = x^4$, l'équation devient : $y^2 + 2y - 3 = 0$ dont les solutions sont $y = -3$ et $y = 1$. En repassant à la variable x, on a $x^4 = -3$ qui est impossible et $x^4 = 1$ dont les solutions sont $x = \pm 1$.

.../7 3. Résoudre l'équation :

$$\sqrt{10-3x} = \sqrt{x+3} + \sqrt{4x+17}$$

Les C.E. sont $x \leq \frac{10}{3}$, x≥ -3 et $x \geq -\frac{17}{4}$. A l'aide de la droite des réels, on trouve la condition d'existence générale :

$$-3 \leq x \leq \frac{10}{3}$$

En élevant les deux membres au carré, on obtient :

$$10-3x = x+3+4x+17+2\sqrt{(x+3)(4x+17)}$$

ou

$$-5-4x = \sqrt{(x+3)(4x+17)}$$

La nouvelle condition d'existence de cette équation est $x \leq -\frac{5}{4}$ et donc, les nouvelles conditions d'existence sont

$$-3 \leq x \leq -\frac{5}{4}$$

En élevant une seconde fois au carré, on obtient

$$12x^2+11x-26=0$$

dont la seule solution acceptable compte tenu des conditions d'existence est $x=-2$