

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°3 - Solutions

Valeurs absolues

Le 3 octobre 2024

Classe: 5A

On considère l'expression

$$E(x) = 2|2x - 3| - |5 - 2x| - x$$

.../6 1. A l'aide d'un tableau de traduction, montrer que $E(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$E(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ 5x - 11 & \text{si } \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x - 1 & \text{si } x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

Le tableau de traduction est :

$$|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3 & \text{si } 2x - 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{3}{2} \\ -(2x - 3) & \text{si } 2x - 3 < 0 \Leftrightarrow x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$|5 - 2x| = \begin{cases} 5 - 2x & \text{si } 5 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{5}{2} \\ -(5 - 2x) & \text{si } 5 - 2x < 0 \Leftrightarrow x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

x	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$
$2 2x - 3 $	$2(3 - 2x)$	$2(2x - 3)$
$ 5 - 2x $	$5 - 2x$	$2x - 5$
x	x	x
E	$-3x + 1$	$5x - 11$

et

$$E(x) = \begin{cases} -3x + 1 & \text{si } x < \frac{3}{2} \\ 5x - 11 & \text{si } \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2} \\ x - 1 & \text{si } x > \frac{5}{2} \end{cases}$$

.../7 2. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'équation

$$2|2x - 3| - |5 - 2x| - x = -(2 - 2x)$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -3x + 1 = -2 + 2x & \text{si } x \leq \frac{3}{2} \\ 5x - 11 = -2 + 2x & \text{si } \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x - 1 = -2 + 2x & \text{si } x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x = \frac{3}{5} & \text{si } x \leq \frac{3}{2} \\ x = 3 & \text{si } \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x = 1 & \text{si } x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

dont la seule solution acceptable est :

$$S : \left\{ \frac{3}{5} \right\}$$

.../7 3. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'inéquation

$$2|2x - 3| - |5 - 2x| - x < \frac{3}{2}x - 4$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -3x + 1 < \frac{3}{2}x - 4 & \text{si } x \leq \frac{3}{2} \\ 5x - 11 < \frac{3}{2}x - 4 & \text{si } \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x - 1 < \frac{3}{2}x - 4 & \text{si } x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x > \frac{10}{9} & \text{si } x \leq \frac{3}{2} \\ x < 2 & \text{si } \frac{3}{2} < x < \frac{5}{2} \\ x > 6 & \text{si } x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

dont les seules solutions acceptables sont :

$$S : \left] \frac{10}{9}, 2 \right[\cup] 6, +\infty$$