Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°3 - Solutions

Rappel 4ème : second degré

Série A

Le 17 octobre 2018 Classe: 5A

.../6 1. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\frac{2x}{x+2}-\frac{x-5}{3x+1}>3$$

L'inéquation devient, après simplification et factorisation :

$$-\frac{4(x^2+4x-1)}{(x+2)(3x+1)}>0$$

dont le tableau de signe est

x		$-\sqrt{5}-2$		-2		$-\frac{1}{3}$		$\sqrt{5}-2$	
-4	-		-		-		-		-
x^2-4x+1	+	0	-		-		-	0	+
D	+		+	0	-	0	+		+
I	-	0	+	$\nexists$	-	$\nexists$	+	0	-

La solution est $\left]-\sqrt{5}-2,-2\right[\cup\left]-\frac{1}{3},\sqrt{5}-2\right[$

2. On donne la parabole d'équation $\mathcal{P}\equiv y=ax^2+bx+c$ ($a\in\mathbb{R}_0$, $b,c\in\mathbb{R}$).

.../5 (a) Déterminer a, b et c pour que la parabole réponde aux conditions suivantes :
   - son sommet est située en (-1,2)
   - une des intersections avec l'axe Ox est -3.

   On doit résoudre le système

$$\begin{cases} b=2a \\ a-b+c=2 \\ 9a-3b+c=0 \end{cases}$$

   dont la solution est

$$\begin{cases} a=-\dfrac{1}{2} \\ b=-1 \\ c=\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Déterminer les caractéristiques de la parabole.
Les caratéristiques de la parabole sont :

$$S(-1,2), AS \equiv x=-1, \cap Ox(-3,0),(1,0), \cap Oy\left(0,\frac{3}{2}\right), a<0$$

.../6 (b) On considère maintenant la parabole d'équation $\mathcal{P} \equiv y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}$.
Ecrire l'équation de la tangente à la parabole en son point d'ordonnée -6 et d'abscisse positive.
Si l'ordonnée vaut -6, l'abscisse est la solution de l'équation $-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2}=-6$ dont la solution positive est $x=3$.
L'équation de la droite passant par le point (3,-6) est $d \equiv y+6=m(x-3)$. En exprimant que cette droite n'a qu'un point d'intersection avec la parabole ($\Delta=0$), on obtient $m=-4$. L'équation de la tangente est $t \equiv y=-4x+6$

.../3 3. On donne l'équation du second degré

$$(a-b)x^2+(b-c)x+(c-a)=0$$

où a, b et c sont des paramètres réels.

(a) **Sans la calculer**, déterminer une racine ***évidente*** de l'équation.
Il est facile de voir que $x=1$ est racine de l'équation

(b) **Sans la calculer**, déterminer l'autre racine.
La somme des racines vaut $-\frac{"b"}{"a"}=-\frac{b-c}{a-b}$.
Dès lors $x_2+1=-\frac{b-c}{a-b}$ et $x_2=\frac{c-a}{a-b}$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°3 - Solutions

Rappel 4ème : second degré

Série B

Le 17 octobre 2018 — Classe: 5A

.../3 1. On donne l'équation du second degré

$$(b-a)x^2-(b-c)x+(a-c)=0$$

où a, b et c sont des paramètres réels.

(a) **Sans la calculer**, déterminer une racine ***évidente*** de l'équation.
Il est facile de voir que $x=1$ est racine de l'équation

(b) **Sans la calculer**, déterminer l'autre racine.
La somme des racines vaut $-\frac{"b"}{"a"}=-\frac{-(b-c)}{b-a}$.
Dès lors $x_2+1=-\frac{b-c}{a-b}$ et $x_2=\frac{c-a}{a-b}$

2. On donne la parabole d'équation $\mathcal{P}\equiv y=ax^2+bx+c$ ($a\in\mathbb{R}_0$, $b,c\in\mathbb{R}$).

.../5 (a) Déterminer a, b et c pour que la parabole réponde aux conditions suivantes :
- son sommet est située en (1,-2)
- une des intersections avec l'axe Ox est -1.

De même que dans la série A, on a :

$$\begin{cases} a=\frac{1}{2} \\ b=-1 \\ c=\frac{3}{2} \end{cases}$$

Déterminer les caractéristiques de la parabole.
Les caratéristiques de la parabole sont :

$$S(1,-2), AS\equiv x=1, \cap Ox(-1,0),(3,0), \cap Oy\left(0,-\frac{3}{2}\right), a>0$$

.../6 (b) On considère maintenant la parabole d'équation $\mathcal{P} \equiv y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$.
Ecrire l'équation de la tangente à la parabole en son point d'ordonnée 6 et d'abscisse positive.
Les développements sont similaires à ceux de la série A. On obtient : $t \equiv y = 4x - 14$

.../6 3. Résoudre dans $\mathbb{R}$

$$\frac{2x+2}{x-1} > 3 + \frac{x+6}{3x+2}$$

L'inéquation devient, après simplification et factorisation :

$$-\frac{2(x^2-2x-4)}{(1-x)(3x+2)} > 0$$

La solution est $\left]-\sqrt{5}+1, -\frac{2}{3}\right[\cup \left]1, \sqrt{5}+1\right[$