



Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°... - Solutions

Base d'algèbre de 5ème

Série A

Le Impair - Pair

Classe: 5...

.../2 1. Simplifier $\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2}$

$$\begin{aligned}\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2} &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \left(-\frac{1}{2}x^2y^5z\right)^2} \\ &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \frac{1}{4}x^4y^{10}z^2} = -120 \frac{x^4z^2}{y^{13}}\end{aligned}$$

.../4 2. Développer et réduire $x^2(3x - 1)^3 - (2x + 4)^3$

$$\begin{aligned}&x^2(3x - 1)^3 - (2x + 4)^3 \\ &= x^2 [27x^3 - 3 \cdot (3x^2) \cdot 1 + 3 \cdot (3x) \cdot 1 - 1] - [8x^3 + 3(2x)^2 \cdot 4 + 3 \cdot (2x) \cdot 16 + 64] \\ &= x^2(27x^3 - 27x^2 + 9x - 1) - (8x^3 + 48x^2 + 96x + 64) \\ &= 27x^5 - 27x^4 + 9x^3 - x^2 - 8x^3 - 48x^2 - 96x - 64 \\ &= 27x^5 - 27x^4 + x^3 - 49x^2 - 96x - 64\end{aligned}$$

.../3 3. Factoriser $a^6 - b^6$

$$\begin{aligned}a^6 - b^6 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}a^6 - b^6 &= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\ &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)\end{aligned}$$

.../5 4. Déterminer le quotient et le reste de la division de $3x^7 - x^4 + 3x^3 + x^2 + 2$ par $x^4 + 1$.

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 3x^7 \\
 -(3x^7 \\
 \hline
 \end{array} & \begin{array}{r}
 -x^4 \quad +3x^3 \quad +x^2 \quad +2 \\
 \quad \quad \quad +3x^3 \\
 \hline
 -x^4 \quad \quad \quad +x^2 \quad +2 \\
 -(-x^4 \quad \quad \quad -1) \\
 \hline
 \quad \quad \quad x^2 \quad +3
 \end{array} \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 x^4 \quad +1 \\
 \hline
 3x^3 \quad -1
 \end{array}$$

$$\frac{3x^7}{x^4} = 3x^3$$

$$\frac{-x^4}{x^4} = -1$$

$$Q(x) = 3x^3 - 1 \text{ et } R(x) = x^2 + 3.$$

.../6 5. Résoudre $\frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} \leq \frac{-6}{x-1} + \frac{15}{x^2+x-2}$

$$\begin{aligned}
 & \frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} \leq \frac{-6}{x-1} + \frac{15}{x^2+x-2} \\
 \Leftrightarrow & \frac{x+1}{x+1} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{-6}{x-1} - \frac{15}{x^2+x-2} \leq 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{1-x}{-x-1} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{-6}{x-1} - \frac{15}{(x-1)(x+2)} \leq 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(-x-1)(x+2) + (x-2)(x-1) + 6(x+2) - 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-x^2 - 2x - x - 2 + x^2 - 2x - x + 2 + 6x + 12 - 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-3}{(x-1)(x+2)} \leq 0
 \end{aligned}$$

Le tableau de signe de cette inéquation est :

x	-2	1	
-3	-	-	-
$x-1$	-	-	0 +
$x+2$	-	0 +	+
$In(x)$	-	\nexists	+ \nexists -

et la solution de l'inéquation est $S : -\infty, -2[\cup]1, +\infty$



Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°... - Solutions

Base d'algèbre de 5ème

Série B

Le Impair - Pair

Classe: 5....

.../6 1. Résoudre $\frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} \leq \frac{-6}{x-1} + \frac{15}{x^2+x-2}$

$$\frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} \leq \frac{-6}{x-1} + \frac{15}{x^2+x-2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{-6}{x-1} - \frac{15}{x^2+x-2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1}{-x-1} + \frac{x-2}{x+2} - \frac{-6}{x-1} - \frac{15}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x+2) + (x-2)(x-1) + 6(x+2) - 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 - 2x - x - 2 + x^2 - 2x - x + 2 + 6x + 12 - 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

Le tableau de signe de cette inéquation est :

x	-2	1	
-3	-	-	-
$x-1$	-	0	+
$x+2$	-	0	+
$In(x)$	-	+	-

et la solution de l'inéquation est $S : -\infty, -2[\cup]1, +\infty$

.../4 2. Développer et réduire $x^2(3x+1)^3 - (2x-4)^3$

$$\begin{aligned} & x^2(3x+1)^3 - (2x-4)^3 \\ &= x^2 [27x^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3x \cdot 1^2 + 1] - [8x^3 - 3(2x)^2 \cdot 4 + 3 \cdot (2x) \cdot 16 - 64] \\ &= x^2(27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) - (8x^3 - 48x^2 + 126x - 64) \\ &= 27x^5 + 27x^4 + 9x^3 + x^2 - 8x^3 + 48x^2 - 126x + 64 \\ &= 27x^5 + 27x^4 + x^3 + 49x^2 - 126x + 64 \end{aligned}$$

.../5 3. Déterminer le quotient et le reste de la division de $2x^7 + x^4 - 4x^3 + x^2 - 3$ par $x^4 - 2$.

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{r}
 2x^7 \quad +x^4 \quad -4x^3 \quad +x^2 \quad -3 \\
 -(2x^7 \quad \quad \quad -4x^3) \\
 \hline
 \quad \quad x^4 \quad \quad \quad +x^2 \quad -3 \\
 \quad \quad -(x^4 \quad \quad \quad -2) \\
 \hline
 \quad \quad \quad \quad x^2 \quad -1
 \end{array} &
 \begin{array}{l}
 x^4 \quad -2 \\
 \hline
 2x^3 \quad +1
 \end{array}
 \end{array}$$

$$\frac{2x^7}{x^4} = 2x^3$$

$$\frac{x^4}{x^4} = 1$$

$$Q(x) = 2x^3 + 1 \text{ et } R(x) = x^2 - 1.$$

.../2 4. Simplifier $\frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2}$

$$\begin{aligned}
 \frac{-30x^8y^{-3}z^4}{(-0,5x^2y^5z)^2} &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \left(-\frac{1}{2}x^2y^5z\right)^2} \\
 &= \frac{-30x^8z^4}{y^3 \frac{1}{4}x^4y^{10}z^2} = -120 \frac{x^4z^2}{y^{13}}
 \end{aligned}$$

.../3 5. Factoriser $a^6 - b^6$

$$\begin{aligned}
 a^6 - b^6 &= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3) \\
 &= (a - b)(a^2 + ab + b^2)(a + b)(a^2 - ab + b^2)
 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
 a^6 - b^6 &= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) \\
 &= (a - b)(a + b)(a^4 + a^2b^2 + b^4)
 \end{aligned}$$