



Athénée Royal Uccle 1

**Nom, Prénom:**

**Devoir surveillé n°1 - Solutions**

**Base d'algèbre de 4ème**

Le 12 septembre 2024

Classe: 5A

- .../4 1. Calculer le quotient et le reste de la division de  $x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 + 5x - 10$  par  $x^2 + 2x - 3$ .

On a successivement :

$$\begin{array}{r|l}
 x^5 & +2x^4 & -2x^3 & +5x^2 & +5x & -10 & x^2 + 2x - 3 \\
 -(x^5 & +2x^4 & -3x^3) & & & & x^3 + x + 3 \\
 \hline
 & & x^3 & & & & \\
 & & -(x^3 & 2x^2 & -3x) & & \\
 & & & 3x^2 & +8x & & \\
 & & & -(3x^2 & +6x & -9) & \\
 & & & & 2x & -1 & 
 \end{array}$$

- .../2 2. Factoriser  $x^6 - y^6$

On a :

- $x^6 - y^6 = (x^2 - y^2)(x^4 + x^2y^2 + y^4) = (x - y)(x + y)(x^4 + x^2y^2 + y^4)$
- $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

- .../6 3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  :  $\frac{3}{x+2} \geq \frac{-5}{4-3x}$

On a successivement :

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{x+2} \geq \frac{-5}{4-3x} &\Leftrightarrow \frac{3}{x+2} - \frac{-5}{4-3x} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{3(4-3x) + 5(x+2)}{(x+2)(4-3x)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{12 - 9x + 5x + 10}{(x+2)(4-3x)} \geq 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{22 - 4x}{(x+2)(4-3x)} \geq 0
 \end{aligned}$$

Le tableau de signe est :

$x$		$-2$	$\frac{4}{3}$	$\frac{11}{2}$		
$22 - 4x$	+	+	+	0	-	
$x + 2$	-	0	+	+	+	
$4 - 3x$	+	+	0	-	-	
$\ln(x)$	-	$\neq$	+	$\neq$	0	+

et la solution est :

$$S : \left] -2, \frac{4}{3} \right[ \cup \left[ \frac{11}{2}, +\infty \right[$$

.../4 4. Développer et réduire  $x^2(1 - 2x)^3 - (3x + 1)^3$

On a successivement :

$$\begin{aligned}x^2(1 - 2x)^3 - (3x + 1)^3 &= x^2(1 - 3(1)^2(2x) + 3(1)(2x)^2 - (2x)^3) - ((3x)^3 + 3(3x)^2(1) + 3(3x)(1) + 1) \\&= x^2(1 - 6x + 12x^2 - 8x^3) - (27x^3 + 27x^2 + 9x + 1) \\&= x^2 - 6x^3 + 12x^4 - 8x^5 - 27x^3 - 27x^2 - 9x - 1 \\&= -8x^5 + 12x^4 - 33x^3 - 27x^2 - 9x - 1\end{aligned}$$

.../4 5. Réduire en ne laissant que des exposants positifs  $\frac{[(-3)^{-2}a^{-5}b^3] (-2^{-4}a^7b^{-3})^{-2}}{(-3a^5b^{-2})^{-3}}$

On a successivement :

$$\begin{aligned}\frac{[(-3)^{-2}a^{-5}b^3] (-2^{-4}a^7b^{-3})^{-2}}{(-3a^5b^{-2})^{-3}} &= \frac{[9^{-1}a^{-5}b^3] (-16^{-1}a^7b^{-3})^{-2}}{(-27a^{15}b^{-6})^{-1}} \\&= \frac{[9^{-1}a^{-5}b^3] (256a^{-14}b^6)}{(-27^{-1}a^{-15}b^6)} \\&= -768a^{-5-14+15}b^{3+6-6} \\&= -768a^{-4}b^3 \\&= \frac{-768b^3}{a^4}\end{aligned}$$