Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°1 - Solutions

Rappels de 4$^{\text{ème}}$: valeurs absolues

Série A

Le 19 septembre 2018 — Classe: 5A

On considère l'expression

$$E(x) = -\left|x^2+3x+2\right| - 3 - x + |1-x|$$

.../6 1. A l'aide d'un tableau de traduction, montrer que $E(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$E(x) = \begin{cases} -x^2-5x-4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2+x & \text{si } -2 < x < -1 \\ -x^2-5x-4 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x^2-3x-6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Le tableau de traduction est :

x		-2		-1		1	
$-\left\|x^2+3x+2\right\|$	$-(x^2+3x+2)$		x^2+3x+2		$-(x^2+3x+2)$		$-(x^2+3x+2)$
$+$	$+$		$+$		$+$		$+$
$(-3-x)$	$-3-x$		$-3-x$		$-3-x$		$-3-x$
$+$	$+$		$+$		$+$		$+$
$\|1-x\|$	$1-x$		$1-x$		$1-x$		$-1+x$
$E(x)$	(1)		(2)		(3)		(4)

et

$$E(x) = \begin{cases} -x^2-5x-4 & \text{si } x \leq -2 \\ x^2+x & \text{si } -2 < x < -1 \\ -x^2-5x-4 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x^2-3x-6 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

.../7 2. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'équation

$$- \left|x^2+3x+2\right| - 3 - x + |1-x| = 1$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -x^2-5x-4=1 \text{ si } x \leq -2 \\ x^2+x=1 \text{ si } -2 < x < -1 \\ -x^2-5x-4=1 \text{ si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x^2-3x-6=1 \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ si } x \leq -2 \\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ si } -2 < x < -1 \\ x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{5}}{2} \text{ si } -1 \leq x \leq 1 \\ \text{impossible si } x > 1 \end{cases}$$

dont les seules solutions acceptables sont :

$$S : \left\{ \frac{-5-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right\}$$

.../7 3. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'inéquation

$$- \left|x^2+3x+2\right| - 3 - x + |1-x| > -4$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -x^2-5x-4 > -4 \text{ si } x \leq -2 \\ x^2+x > -4 \text{ si } -2 < x < -1 \\ -x^2-5x-4 > -4 \text{ si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x^2-3x-6 > -4 \text{ si } x > 1 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x \in \left]-5,0\right[\text{ si } x \leq -2 \\ x \in \mathbb{R} \text{ si } -2 < x < -1 \\ x \in \left]-5,0\right[\text{ si } -1 \leq x \leq 1 \\ x \in \left]-2,-1\right[\text{ si } x > 1 \end{cases}$$

dont les seules solutions acceptables sont :

$$S : \left]-5,0\right[$$

Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°1 - Solutions

Rappels de 4ème : valeurs absolues

Série B

Le 19 septembre 2018 Classe: 5A

On considère l'expression

$$E(x) = -\ \left|x^2 - 3x + 2\right| + x + 3 + |-1 - x|$$

1. A l'aide d'un tableau de traduction, montrer que $E(x)$ peut s'écrire sous la forme :

$$E(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x \text{ si } x \leq -1 \\ -x^2 + 5x + 2 \text{ si } -1 < x \leq 1 \\ x^2 - x + 6 \text{ si } 1 < x < 2 \\ -x^2 + 5x + 2 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$$

Le tableau de traduction est :

x		-1		1		2	
$-\ \lvert x^2 - 3x + 2\rvert$	$-(x^2 - 3x + 2)$		$-(x^2 - 3x + 2)$		$x^2 - 3x + 2$		$-(x^2 - 3x + 2)$
$+$	$+$		$+$		$+$		$+$
$x + 3$	$x + 3$		$x + 3$		$x + 3$		$x + 3$
$+$	$+$		$+$		$+$		$+$
$\lvert -1 - x\rvert$	$-x - 1$		$x + 1$		$x + 1$		$x + 1$
$E(x)$	(1)		(2)		(3)		(4)

et

$$E(x) = \begin{cases} -x^2 + 3x \text{ si } x \leq -1 \\ -x^2 + 5x + 2 \text{ si } -1 < x \leq 1 \\ x^2 - x + 6 \text{ si } 1 < x < 2 \\ -x^2 + 5x + 2 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$$

2. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'équation

$$-\ \left|x^2-3x+2\right|+x+3+|-1-x|=7$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -x^2+3x=7 \ \text{ si } x\leq -1 \\ -x^2+5x+2=7 \ \text{ si } \ -1<x\leq 1 \\ x^2-x+6=7 \ \text{ si } 1<x<2 \\ -x^2+5x+2=7 \ \text{ si } x\geq 2 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} \text{impossible} \ \text{ si } x\leq -1 \\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2} \ \text{ si } \ -1<x\leq 1 \\ x=\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2} \ \text{ si } 1<x<2 \\ x=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{2} \ \text{ si } x\geq 2 \end{cases}$$

dont les seules solutions acceptables sont :

$$S:\left\{\frac{5+\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$$

3. A l'aide des résultats de la question 1, résoudre l'inéquation

$$-\ \left|x^2-3x+2\right|+x+3+|-1-x|>2$$

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -x^2+3x>2 \ \text{ si } x\leq -1 \\ -x^2+5x+2>2 \ \text{ si } \ -1<x\leq 1 \\ x^2-x+6>2 \ \text{ si } 1<x<2 \\ -x^2+5x+2>2 \ \text{ si } x\geq 2 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x\in\,]1,2[\ \text{ si } x\leq -1 \\ x\in\,]0,5[\ \text{ si } \ -1<x\leq 1 \\ x\in\mathbb{R} \ \text{ si } 1<x<2 \\ x\in\,]0,5[\ \text{ si } x\geq 2 \end{cases}$$

dont les seules solutions acceptables sont :

$$S:\,]0,5[$$