

EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : FRACTIONS ALGÈBRIQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS RÉDUCTIBLES AU PREMIER DEGRÉ

1. Simplifier après avoir donné les conditions d'existence :

(a) $\frac{x-2}{2x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2}$	(f) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} + \frac{2x}{x^2-4}$
(b) $\frac{x-2y}{x} + \frac{2x-y}{y}$	(g) $\frac{2a}{a^2-1} - \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a-1}$
(c) $\frac{1-x}{x} - \frac{2x^2-1}{2x^2}$	(h) $\frac{3x}{x^2-xy} - \frac{2y}{xy+y^2}$
(d) $\frac{4x^2}{3x^2-3x} + \frac{5x}{x^2-1} - 1$	(i) $\frac{5}{2a-4b} - \frac{a-2b}{a^2-4b^2}$
(e) $\frac{2a}{a-1} - \frac{a^2+2a}{a^2-1}$	(j) $\frac{3x+3y}{x^2-y^2} + \frac{7x-7y}{x^2-2xy+y^2}$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

(a) $x(2x-1)(3x+7) = 0$	(f) $2x(x^2-1) = 3(x^2-1)$
(b) $x^2 = 64$	(g) $x^2(4x-1) + 9(1-4x) = 0$
(c) $9x^2 + 16 = -24x$	(h) $(3x-1)(x+2) = x(x+2)$
(d) $x^3 = x$	(i) $(x-1)(3x-2) = 4x(2-3x)$
(e) $12x^4 - 3x^2 + 12x^3 - 3x = 0$	(j) $2x^3 + x^2 - 2x = 1$

3. Résoudre les équations fractionnaires suivantes :

(a) $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x} = \frac{1}{x^2-3x}$	
(b) $\frac{3}{x-1} - \frac{1}{x+2} = \frac{-5}{1-x}$	
(c) $1 - \frac{x}{x-2} + \frac{1}{x+2} = 0$	
(d) $\frac{-1}{x+3} - \frac{2}{x-1} = \frac{1}{(x+3)(x-1)}$	
(e) $\frac{1}{x-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-2x+1}$	
(f) $\frac{2}{(3x+2)(7x-1)} = \frac{1}{3x+2} + \frac{3}{7x-1}$	
(g) $\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x+1} = \frac{4}{(x-3)(x+1)} - \frac{2}{x-3}$	
(h) $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{2x+5} + \frac{2}{2x^2+x-10} = 0$	
(i) $\frac{1}{4x-3} - \frac{2}{2x+1} = \frac{3}{(4x-3)(2x+1)}$	
(j) $\frac{2}{3x-1} - \frac{-1}{2x-1} - \frac{1}{(2x-1)(3x-1)} = 0$	

4. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

$$(a) \frac{7x^2 - 3x + 1}{3x - 8} = 2x - 3$$

$$(b) \frac{x^4 - 7x^3 - 8x^2}{5x^3 + 2x - 7} = 0$$

$$(c) \frac{(x-1)^3}{x^2} = x - 3$$

$$(d) x + 1 = \frac{1 - 2x}{x + 1}$$

$$(e) \frac{2x - 1}{x - 2} - \frac{4x - 1}{x + 2} = 1$$

$$(f) \frac{-12}{x - 4} \geq x + 3$$

$$(g) x + \frac{1}{x} > 2$$

$$(h) \frac{2x - 3}{x - 1} \leq x - 1$$

$$(i) 1 + \frac{1}{x + 2} \leq \frac{x}{x - 2}$$

$$(j) \frac{2}{(3x + 2)(7x - 1)} > \frac{1}{3x + 2} + \frac{3}{7x - 1}$$

$$(k) \frac{3}{x - 2} + \frac{2}{2x^2 + x - 10} \geq \frac{1}{2x + 5}$$

$$(l) \frac{x - 1}{x} + \frac{x}{x - 2} < \frac{4}{x^2 - 2x}$$

$$(m) \frac{x + 1}{2x + 4} + \frac{1}{x + 1} < \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$$

$$(n) \frac{2}{3x - 1} - \frac{-1}{2x - 1} > \frac{1}{(3x - 1)(2x - 1)}$$

$$(o) \frac{-1}{x + 3} - \frac{2}{x - 1} \geq \frac{1}{x^2 + 2x - 3}$$

EXERCICES COMPLÉMENTAIRES : FRACTIONS ALGÈBRIQUES, ÉQUATIONS ET INÉQUATIONS RÉDUCTIBLES AU PREMIER DEGRÉ - SOLUTIONS

1. (a) CE : $x \neq 0$: $\frac{1-x}{x^2}$
- (b) CE : $x \neq 0, y \neq 0$: $\frac{2(x^2 - y^2)}{xy}$
- (c) CE : $x \neq 0$: $\frac{-4x^2 + 2x - 1}{2x^2}$
- (d) CE : $x \neq 0, x \neq -1, x \neq 1$: $\frac{x^2 + 19x + 3}{3(x-1)(x+1)}$
- (e) CE : $a \neq -1, a \neq 1$: $\frac{a^2}{(a-1)(a+1)}$
- (f) CE : $x \neq -2, x \neq 2$: $\frac{2}{x-2}$
- (g) CE : $a \neq -1, a \neq 1$: 0
- (h) CE : $x \neq 0, y \neq 0, x \neq y, x \neq -y$: $\frac{x+5y}{(x-y)(x+y)}$
- (i) CE : $a \neq 2b, a \neq -2b$: $\frac{3a+14b}{2(a-2b)(a+2b)}$
- (j) CE : $x \neq y, x \neq -y$: $\frac{10}{x-y}$
2. (a) S : $\left\{-\frac{7}{3}, 0, \frac{1}{2}\right\}$
- (b) S : $\{-8, 8\}$
- (c) S : $\left\{-\frac{4}{3}\right\}$
- (d) S : $\{-1, 0, 1\}$
- (e) S : $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right\}$
- (f) S : $\left\{-1, 1, \frac{3}{2}\right\}$
- (g) S : $\left\{-3, \frac{1}{4}, 3\right\}$
- (h) S : $\left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$
- (i) S : $\left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{3}\right\}$
- (j) S : $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$
3. (a) S : $\{-2\}$
- (b) S : $\{-1\}$
- (c) S : $\{-6\}$
- (d) S : $\{-2\}$
- (e) S : $\left\{0, \frac{5}{3}\right\}$
- (f) S : $\left\{-\frac{3}{16}\right\}$
- (g) S : \varnothing
- (h) S : $\left\{-\frac{19}{5}\right\}$
- (i) S : $\left\{\frac{2}{3}\right\}$
- (j) S : $\left\{\frac{4}{7}\right\}$
4. (a) S : $\{-23, 1\}$
- (b) S : $\{-1, 0, 8\}$
- (c) S : $\left\{\frac{1}{3}\right\}$
- (d) S : $\{-4, 0\}$

$$(e) S: \{0, 4\}$$

$$(f) S: -\infty, 0] \cup [1, 4[$$

$$(g) S: \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$$

$$(h) S:]1, +\infty$$

$$(i) S: [-6, -2[\cup]2, +\infty$$

$$(j) S: -\infty, -\frac{2}{3} \left[\cup \right] -\frac{3}{16}, \frac{1}{7} \left[$$

$$(k) S: \left[-\frac{19}{5}, -\frac{5}{2} \left[\cup \right] 2, +\infty$$

$$(l) S: \left] -\frac{1}{2}, 0 \left[$$

$$(m) S: \left] -3, -2 \left[$$

$$(n) S: \left] \frac{1}{3}, \frac{1}{2} \left[\cup \right] \frac{4}{7}, +\infty$$

$$(o) S: -\infty, -3 \left[\cup \right] -2, 1 \left[$$