

Suites : Solutions

1. Soit la suite définie par $a_n = \frac{n-1}{n+2}$ ($n \in \mathbb{N}_0$). Démontrer que cette suite est croissante.

$$a_n \text{ croissante} \Leftrightarrow a_n > a_{n-1} \quad \forall n \in \mathbb{N}_0$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{n+2} > \frac{(n-1)-1}{(n-1)+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n-1}{n+2} - \frac{n-2}{n+1} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n-1)(n+2) - (n-2)(n+1)}{\cancel{(n+1)(n+2)}} > 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 1 - (n^2 - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow 0 > 0 \quad \text{OK}$$

2. La suite définie par $a_n = n^2 - n$ ($n \in \mathbb{N}_0$) est-elle croissante ou décroissante?
Justifier.

Supposons a_n croissante $\Rightarrow a_n > a_{n-1}$

$$\Leftrightarrow n^2 - n > (n-1)^2 - (n-1)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{n^2} - n > \cancel{n^2} - 2n + 1 - n + 1$$

$$\Leftrightarrow 2n - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow n > 1 \quad \text{OK car } n \in \mathbb{N}_0$$

3. Étudier la croissance (décroissance) des suites :

$$(a) a_n = \frac{n^2}{n^2 + 1}$$

$$(c) a_n = \frac{3n - 1}{5n - 2}$$

$$(b) a_n = n + \frac{3}{4n + 2}$$

$$a) \frac{n^2}{n^2 + 1} > \frac{(n-1)^2}{(n-1)^2 + 1} \Leftrightarrow \frac{n^2}{n^2 + 1} > \frac{n^2 - 2n + 1}{n^2 - 2n + 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{n^2(n^2 - 2n + 2) - (n^2 + 1)(n^2 - 2n + 1)}{(n^2 + 1)(n^2 - 2n + 2)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \cancel{n^4} - 2\cancel{n^3} + 2\cancel{n^2} - (\cancel{n^4} - 2\cancel{n^3} + \cancel{2n^2} - 2n + 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow 2n - 1 > 0 \quad \text{or} \quad \text{car } n \in \mathbb{N}_0 \rightarrow \text{croissante}$$

$$b) \cancel{n} + \frac{3}{4n + 2} > (\cancel{n-1}) + \frac{3}{4(n-1) + 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4n + 2} > -1 + \frac{3}{4n - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4n + 2} > \frac{-4n + 2 + 3}{4n - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(4n - 2) - (-4n + 5)(4n + 2)}{(4n + 2)(4n - 2)} > 0$$

$$\Leftrightarrow 12n - 6 - (-4n^2 + 12n + 10) > 0$$

$$\Leftrightarrow 4n^2 - 16 > 0 \quad \text{or} \quad \text{si } n > 2 \rightarrow \text{croissante}$$

$$c) \frac{3n - 1}{5n - 2} > \frac{3(n-1) - 1}{5(n-1) - 2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3n - 1}{5n - 2} > \frac{3n - 4}{5n - 7}$$

$$\Leftrightarrow \frac{(3n - 1)(5n - 7) - (3n - 4)(5n - 2)}{(5n - 2)(5n - 7)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \cancel{15}n^2 - \cancel{26}n + 7 - (\cancel{15}n^2 - \cancel{26}n + 8) > 0$$

$$\Leftrightarrow -1 > 0 \quad \text{faux} \rightarrow \text{décroissante}$$

4. Pour chacune des suites suivantes, déterminer s'il s'agit d'une suite géométrique ou arithmétique. Déterminer ensuite la raison et le terme général (formulation implicite et explicite) de la suite :

(a) (1; 6; 11; 16; 21; ...)

(d) (20; 13; 6; -1; ...)

(b) (1; 10; 100; 1000; ...)

(e) (120; 60; 30; 15; ...)

(c) (-3; -4; -5; -6; ...)

(f) (-2; 2; -2; 2; -2; ...)

(a) SA car $a_n - a_{n-1} = 5 = r \quad \forall n > 1$
 $a_n = a_{n-1} + 5$ et $a_n = 1 + 5(n-1)$
 $= -4 + 5n$

(b) SG car $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 10 = q \quad \forall n > 1$

$a_n = 10 a_{n-1}$ et $a_n = 10^{n-1} = \frac{1}{10} 10^n$

(c) SA car $a_n - a_{n-1} = -1 = r \quad \forall n > 1$
 $a_n = a_{n-1} - 1$ et $a_n = -3 + (n-1)(-1)$
 $= -2 - n$

(d) SA car $a_n - a_{n-1} = -7 = r \quad \forall n > 1$
 $a_n = a_{n-1} - 7$ et $a_n = 20 + (n-1)(-7)$
 $= 27 - 7n$

(e) SG car $\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} = q \quad \forall n > 1$

$a_n = \frac{a_{n-1}}{2}$ et $a_n = 120 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$
 $= 240 \left(\frac{1}{2}\right)^n$

(f) SG car $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -1 = q$

$a_n = -a_{n-1}$ et $a_n = -2 \cdot (-1)^{n-1}$
 $= 2(-1)^n$

5. Pour chacune des suites suivantes, déterminer s'il s'agit d'une suite : géométrique, arithmétique, ni arithmétique ni géométrique. Déterminer ensuite le terme général (formulation explicite) de la suite :

(a) (1; 14; 19; 116; 125; ...)

(e) (0; 12; 1; 32; 2; ...)

(b) (-1; 2; -3; 4; -5; ...)

(f) (2; 32; 1; 12; 0; ...)

(c) (1; -4; 9; -16; 25; ...)

(d) (1; 3; 9; 27; ...)

(g) (8; -4; 2; -1; ~~1~~; ...)

(a) $q \neq q$ —

(b) $q \neq q$ $a_n = (-1)^n n$

(c) $q \neq q$ $a_n = (-1)^{n+1} n^2$

(d) S.G. car $\frac{a_n}{a_{n-1}} = 3 = q$

$$a_n = 3^{n-1} = \frac{1}{3} 3^n$$

(e) $q \neq q$ —

(f) $q \neq q$ —

(g) S.G. car $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -\frac{1}{2} = q$

$$a_n = 8 \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = -16 \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

6. Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ou géométriques ($n \in \mathbb{N}_0$)?

(a) $a_n = 3n + 5$

(b) $a_n = \frac{n+1}{n^2+1}$

(c) $a_n = 3 \cdot 2^n$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad a_n - a_{n-1} &= 3n + 5 - (3n - 3 + 5) \\ &= 3 \\ \Rightarrow \text{SA} \quad r &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad a_n - a_{n-1} &= \frac{n+1}{n^2+1} - \frac{n}{(n-1)^2+1} \\ &= \frac{n+1}{n^2+1} - \frac{n}{n^2-2n+2} \\ &= \frac{(n+1)(n^2-2n+2) - n(n^2+1)}{(n^2+1)(n^2-2n+2)} \\ &= \frac{n^3 - n^2 + 2n - n^3 - n}{D} \\ &= \frac{-n^2 - n + 2}{D} \neq \text{cte} \rightarrow \text{SA} \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{\frac{n+1}{n^2+1}}{\frac{n}{n^2-2n+1}} = \frac{n+1}{n^2+1} \cdot \frac{n^2-2n+1}{n} \neq \text{cte} \Rightarrow \text{S.G.}$$

$$\begin{aligned} \text{(c)} \quad a_n - a_{n-1} &= 3 \cdot 2^n - 3 \cdot 2^{n-1} \\ &= 3 \cdot 2^n - \frac{3}{2} \cdot 2^n \\ &= \frac{3}{2} \cdot 2^n \neq \text{cte} \Rightarrow \text{SA} \end{aligned}$$

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{3 \cdot 2^n}{3 \cdot 2^{n-1}} = 2 = q \Rightarrow \text{SG}$$

7. Calculer le 21ème terme de la suite arithmétique de premier terme -1 et de raison 4 .

$$a_1 = -1 \quad \text{et} \quad r = 4$$

$$a_{21} = a_1 + 20 \cdot r$$

$$= -1 + 80$$

$$= 79$$

8. Soit (a_n) une suite arithmétique telle que $a_2 = 23$ et $a_8 = 14$.

(a) Calculer la raison de la suite.

$$\begin{aligned}a_8 &= a_2 + (8-2)r \Leftrightarrow 14 = 23 + 6r \\ \Leftrightarrow -9 &= 6r \\ \Leftrightarrow r &= -\frac{3}{2}\end{aligned}$$

(b) Calculer a_1 .

$$\begin{aligned}a_2 &= a_1 + r \Leftrightarrow a_1 = a_2 - r \\ \Leftrightarrow a_1 &= 23 + \frac{3}{2} \Leftrightarrow a_1 = \frac{49}{2}\end{aligned}$$

(c) Donner les formules explicites et implicites du terme général de la suite.

$$a_n = \frac{49}{2} - (n-1)\frac{3}{2} = 16 - \frac{3n}{2}$$

$$a_n = a_{n-1} - \frac{3}{2}$$

9. Calculer la somme des 15 premiers termes consécutifs d'une suite arithmétique, le premier étant 3 et le dernier 21,2.

$$a_1 = 3$$

$$a_{15} = 21,2$$

$$S_{15} = 15$$

$$\frac{21,2 + 3}{2}$$

$$= 181,5$$

10. Trouver le 12^{ème} terme et la somme des 15 premiers termes de la suite arithmétique

$$8, \frac{19}{3}, \frac{14}{3}, \dots$$

$$a_1 = 8$$

$$r = \frac{19}{3} - 8 = -\frac{5}{3}$$

$$a_{12} = 8 - 11 \cdot \frac{5}{3}$$

$$= -\frac{31}{3}$$

$$a_{15} = 8 - 14 \cdot \frac{5}{3}$$

$$= -\frac{46}{3}$$

$$S_{15} = 15 \cdot \frac{8 - \frac{46}{3}}{2}$$

$$= -55$$

11. Le 7^{ème} terme d'une suite arithmétique est 41 et le 13^{ème}, 77. Trouver le 20^{ème} terme.

$$a_7 = 41 \text{ et } a_{13} = 77$$

$$a_{13} = a_7 + 6r \Leftrightarrow 77 = 41 + 6r$$
$$\Leftrightarrow r = 6$$

$$a_{20} = a_7 + 13 \cdot r$$

$$= 41 + 13 \cdot 6$$

$$= 119$$

12. Le 6^{ème} terme d'une suite arithmétique est 21 et la somme des 17 premiers vaut 0.
Déterminer les 3 premiers termes.

$$a_6 = 21 \quad \text{et} \quad S_{17} = 0 \quad \Rightarrow \quad a_1 = -a_{17}$$

$$\text{Or} \quad a_{17} = a_1 + 16r$$

$$\Leftrightarrow -a_1 = a_1 + 16r$$

$$\Leftrightarrow -2a_1 = 16r$$

$$\Leftrightarrow a_1 = -8r$$

$$\text{De plus} \quad a_6 = a_1 + 5r$$

$$\Leftrightarrow 21 = -8r + 5r$$

$$\Leftrightarrow 21 = -3r$$

$$\Leftrightarrow r = -7$$

$$\Rightarrow a_1 = 56, \quad a_2 = 49 \quad \text{et} \quad a_3 = 42$$

13. Calculer la somme des nombres impairs supérieurs à 20 et inférieurs à 80.

$$a_1 = 21, \quad a_n = 79 \quad \text{et} \quad r = 2$$

$$\Leftrightarrow a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$\Leftrightarrow 79 = 21 + (n-1) \cdot 2$$

$$\Leftrightarrow 29 = n-1 \quad \Leftrightarrow n = 30$$

$$S_{30} = 30 \cdot \frac{21 + 79}{2}$$

$$= 1500$$

14. Calculer le nombre de termes d'une suite arithmétique de premier terme 17, de raison 3 et dont la somme des termes est égale à 1150.

$$a_1 = 17, r = 3 \quad S_n = 1150$$

$$\begin{aligned} S_n &= n \cdot \frac{a_1 + a_n}{2} \\ &= n \cdot \frac{a_1 + a_1 + (n-1)r}{2} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 1150 = n \cdot \frac{34 + 3(n-1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2300 = n(31 + 3n)$$

$$\Leftrightarrow 2300 = 31n + 3n^2$$

$$\Leftrightarrow 3n^2 + 31n - 2300 = 0$$

$$\Delta = 961 + 27600 = 28561$$

$$n_{1,2} = \frac{-31 \pm 169}{6} \begin{cases} 23 \\ -\frac{100}{3} \text{ (A.R.)} \end{cases}$$

15. Insérer 5 termes d'une SA entre 12 et 42.

$$a_7 = 42 \quad \text{et} \quad a_1 = 12$$

$$\rightarrow 42 = 12 + 6r \quad (\Rightarrow) \quad r = 5$$

$$a_2 = 17, \quad a_3 = 22, \quad a_4 = 27, \quad a_5 = 32$$

$$a_6 = 37$$

16. Une horloge sonne toutes les heures. Quel est le nombre de sons de cloche entendus en 24 heures ?

1^{er} vision $a_1 = 1, a_2 = 2, \dots, a_{13} = 13, \dots, a_{24} = 24$

$$\rightarrow \sum_{24} = 24 \cdot \frac{1+24}{2}$$
$$= 300$$

2^{er} vision $a_1 = 1, a_2 = 2, \dots, a_{13} = 1, \dots, a_{24} = 12$

$$\sum_{12} = 12 \cdot \frac{1+12}{2}$$
$$= 78$$

\Rightarrow nombre de coups = 156

17. Un charpentier désire construire une échelle avec neuf échelons dont la longueur décroît uniformément (chaque échelon mesure r centimètres en moins que le précédent). Il dispose de 378cm de bois pour construire ses échelons. On suppose qu'il construit le premier échelon (celui du bas de l'échelle) d'une longueur de 48cm.

(a) Quelle sera la longueur du dernier échelon (celui du haut de l'échelle)?

$$n = 9, a_1 = 48 \quad S_9 = 378$$

$$\Rightarrow 378 = 9 \cdot \frac{48 + a_9}{2}$$

$$\Leftrightarrow a_9 = \frac{756}{9} - 48 = 36 \text{ cm}$$

(b) Quelle est la différence de longueur entre deux échelons consécutifs?

$$a_9 = a_1 + 8r \quad \Leftrightarrow 36 = 48 + 8r$$

$$\Leftrightarrow -12 = 8r$$

$$\Leftrightarrow r = -\frac{3}{2} \rightarrow 1,5 \text{ cm}$$

(c) Quelle sera la longueur du troisième échelon?

$$a_3 = a_1 + 2r \quad \Leftrightarrow a_3 = 48 + 2\left(-\frac{3}{2}\right) = 45 \text{ cm}$$

20. Trouver le 7ème terme et la somme des 10 premiers termes de la suite géométrique

$12, 16, \frac{64}{3}, \dots$

$$a_1 = 12 \quad q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{4}{3}$$

$$a_7 = 12 \left(\frac{4}{3}\right)^6$$

$$= \frac{16384}{243}$$

$$S_{10} = 12 \frac{1 - \left(\frac{4}{3}\right)^{10}}{1 - \frac{4}{3}}$$

$$= \frac{3958108}{6561}$$

21. Le 4^{ème} terme d'une suite géométrique est 1 et le huitième $\frac{1}{256}$. Trouver le 10^{ème} terme.

$$a_8 = a_4 \cdot q^4$$

$$\frac{1}{256} = 1 \cdot q^4 \quad (\Leftrightarrow) \quad q = \frac{1}{4}$$

$$a_{10} = a_4 \cdot q^6$$

$$= 1 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6$$

$$= \frac{1}{4096}$$

22. Insérer 5 termes d'une suite géométrique entre 8 et $\frac{1}{8}$.

$$a_1 = 8 \quad \text{et} \quad a_7 = \frac{1}{8}$$

$$\text{avec} \quad a_7 = a_1 \cdot q^6 \quad (\Rightarrow) \quad q^6 = \frac{1}{64}$$

$$\Leftrightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 2$$

$$a_4 = 1$$

$$a_5 = \frac{1}{2}$$

$$a_6 = \frac{1}{4}$$

23. Trouver la valeur de k pour que les nombres $2k-5$, $k-4$ et $10-3k$ forment une suite géométrique.

$$|k-4| = \sqrt{(2k-5)(10-3k)}$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 8k + 16 = -6k^2 + 35k - 50$$

$$\Leftrightarrow 7k^2 - 43k + 66 = 0$$

$$\Delta = 1849 - 1848 = 1$$

$$k_{1,2} = \frac{43 \pm 1}{14} \begin{cases} 3 \\ \frac{22}{7} \end{cases}$$

24. Démontrer que les nombres $x^2 - 4x + 2$, $x^2 - 2x + 2$ et $x^2 + 2$ sont en progression arithmétique lorsque x décrit l'ensemble des entiers naturels.

$$\text{SA si } x^2 - 2x + 2 = \frac{(x^2 - 4x + 2) + (x^2 + 2)}{2}$$

$$= \frac{1}{2} (2x^2 - 4x + 4)$$

$$= x^2 - 2x + 2 \quad \text{on}$$

25. Trois nombres réels a, b, c sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique.
 Déterminer ces 3 nombres sachant que : $a + b + c = 21$ et $abc = -105$

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ abc = -105 \\ b = \frac{a+c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ (2) \\ a + c = 2b \quad (3) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (3) \text{ dans } (1) \quad \begin{cases} 3b = 21 \\ (2) \\ (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 7 \\ ac = -15 \\ a + c = 14 \end{cases}$$

Il faut résoudre $\begin{cases} ac = -15 \\ a + c = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ac = -15 \\ c = 14 - a \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a(14 - a) = -15 \\ (2) \end{cases} \quad (*)$$

$$(*) \quad -a^2 + 14a + 15 = 0 \quad \Delta \quad \Leftrightarrow a = \begin{cases} 15 \\ -1 \end{cases} \quad \Leftrightarrow c = \begin{cases} -1 \\ 15 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (15, 7, -1) \text{ ou } (-1, 7, 15)$$

26. Trouver trois nombres x, y, z qui constituent dans cet ordre, une suite géométrique dont la raison en valeur absolue est inférieure à 1 sachant que : $x + y + z = \frac{35}{6}$ et $xyz = -125$

$$\begin{cases} x + y + z = \frac{35}{6} \\ xyz = -125 \\ y^2 = xz \end{cases} \quad |q| < 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ y^3 = -125 \\ (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ x + z = \frac{35}{6} + 5 \\ xz = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ z = \frac{65}{6} - x \\ xz = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -5 \\ z = \frac{65}{6} - x \\ x \left(\frac{65}{6} - x \right) = 25 \quad (*) \end{cases}$$

$$(*) \quad -x^2 + \frac{65}{6}x - 25 = 0 \Leftrightarrow -6x^2 + 65x - 150 = 0$$

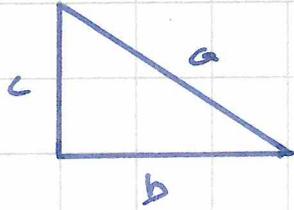
$$\Delta = 65^2 - 24 \cdot 150 = 625$$

$$x_{1,2} = \frac{-65 \pm 25}{-12} = \begin{cases} \frac{10}{3} \rightarrow z = \frac{15}{2} \\ \frac{15}{2} \rightarrow z = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{15}{2}, \quad y = -5, \quad z = \frac{10}{3}$$

L'autre solution donne une raison > 1 en V.A.

27. Les longueurs des côtés d'un triangle rectangle de périmètre 24 m forment une progression arithmétique. Déterminer les longueurs des côtés.



$$\begin{cases} a + b + c = 24 \\ a^2 = b^2 + c^2 \\ 2b = a + c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3b = 24 \\ a^2 = b^2 + c^2 \\ 2b = a + c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \\ a^2 = 64 + c^2 \\ 16 = a + c \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 8 \\ a^2 = 64 + c^2 \\ c = 16 - a \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ a^2 = 64 + (16 - a)^2 \quad (*) \\ (3) \end{cases}$$

$$(*) \quad \cancel{a^2} = 64 + 256 - 32a + \cancel{a^2}$$

$$\Leftrightarrow 32a = 320$$

$$\Leftrightarrow a = 10$$

$$\Leftrightarrow c = 6$$

28. Une balle en caoutchouc est lâchée d'une hauteur de 100 cm au-dessus du sol. Elle rebondit plusieurs fois et perd de l'énergie à chaque rebond. La hauteur atteinte à chaque rebond est égale aux $\frac{9}{10}$ ^{ème} la hauteur du précédent rebond. On désigne par h_n la hauteur en centimètres du n ^{ème} rebond et par $h_1 = 100$ la hauteur d'où elle est lâchée.

- Calculer h_2 , h_3 et h_4 .
- Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n . En déduire la valeur de h_n en fonction de n .
- Calculer la hauteur du dixième rebond.
- Calculer la distance parcourue par la balle pendant 10 bonds.
- On estime la balle immobile dès que la hauteur du rebond est inférieure à 1 cm. Déterminer graphiquement le nombre de rebonds accomplis.

$$(a) \quad h_1 = 100, \quad h_2 = 90, \quad h_3 = 81, \\ h_4 = 72,9$$

$$(b) \quad h_{n+1} = 0,9 h_n \Leftrightarrow h_{n+1} = h_1 (0,9)^{n-1}$$

$$(c) \quad h_{10} = 100 \cdot (0,9)^9 \approx 38,74 \text{ cm}$$

$$(d) \quad S_{10} = h_1 + 2h_2 + 2h_3 + \dots + 2h_{10} \\ = h_1 + 2S_9^* \\ \text{avec } S_9^* = 90 \frac{1-9^9}{1-9} = 551,32$$

$$\Rightarrow S_{10} = 1202,64 \text{ cm}$$

$$(e) \quad h_n < 1 \Leftrightarrow 100 \cdot (0,9)^{n-1} < 1 \\ \Leftrightarrow (0,9)^{n-1} < 0,01 \\ \Leftrightarrow n > 45 \quad (\text{calculatrice})$$

29. La somme des 7 premiers terme d'une SA est 98 et la somme des 12 premiers termes est 288. Trouver la somme des 20 premiers termes.

$$S_7 = 98 \quad \text{ou} \quad S_{12} = 288 \quad \rightarrow \quad S_{20} = ?$$

$$S_7 = 7 \cdot \frac{a_1 + a_7}{2}$$

$$= 7 \cdot \frac{a_1 + a_1 + 6r}{2}$$

$$= 7(a_1 + 3r)$$

$$S_{12} = 12 \cdot \frac{a_1 + a_{12}}{2}$$

$$= 12 \cdot \frac{a_1 + a_1 + 11r}{2}$$

$$= 6(2a_1 + 11r)$$

$$\begin{cases} 98 = 7(a_1 + 3r) & (\Leftrightarrow) \quad 14 = a_1 + 3r & (1) \\ 288 = 6(2a_1 + 11r) & \quad \quad \quad 48 = 2a_1 + 11r & (2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2) - 2(1) : 48 - 28 = 11r - 6r \\ (1) : 14 = a_1 + 3r \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} r = 4 \\ a_1 = 2 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} a_{20} &= 2 + 19 \cdot 4 \\ &= 78 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow S_{20} = 20 \cdot \frac{2 + 78}{2} = 800$$

30. Dans une colonie de bactéries, chacune se divise en 2 toutes les heures. Combien de bactéries seront produites en 12h à partir de l'une d'entre elles ?

$$a_1 = 1, \quad q = 2$$

$$a_{12} = 2^{12} \\ = 2048$$