

MESURE DE LA TERRE : QUELQUES ÉLÉMENTS

1 Introduction

En 1668, afin de collecter des impôts plus « justes » Colbert réclame impérativement des cartes géographiques de la France plus exactes que celles qui ont été faites jusqu'ici¹. En 1669 l'abbé Picard va être amené à mesurer un degré de méridien². La région «*prototype*» est la région parisienne, l'emplacement de la méridienne se trouve à l'est de Paris, entre Malvoisine et Sourdon-Amiens.

2 L'abbé Picard



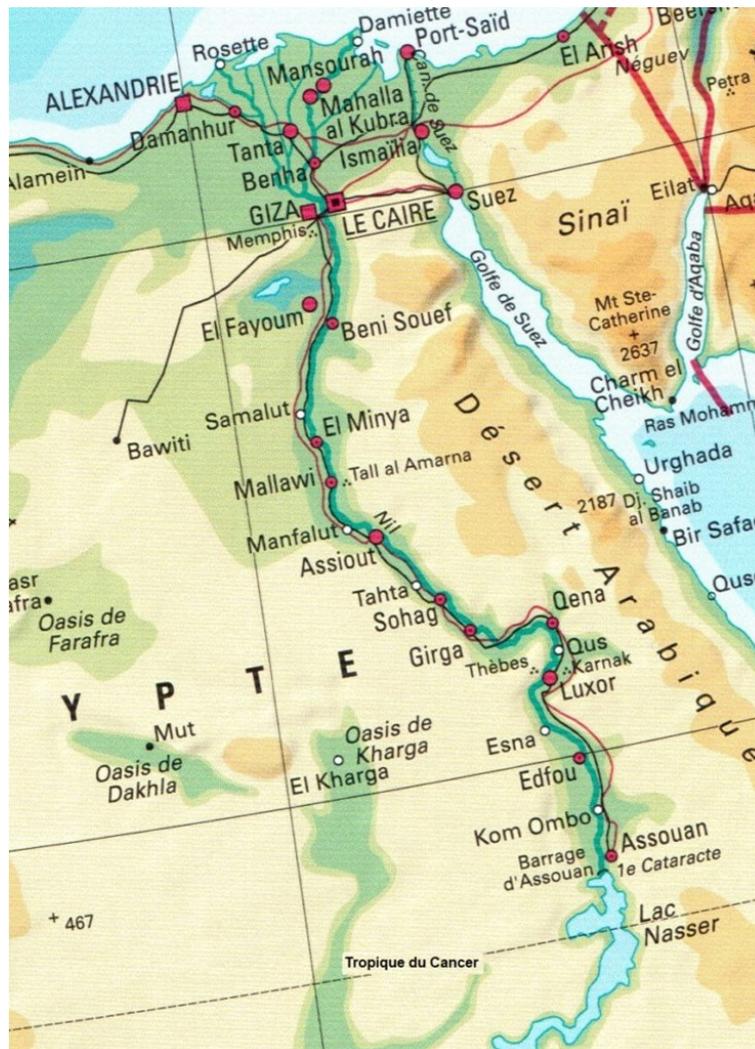
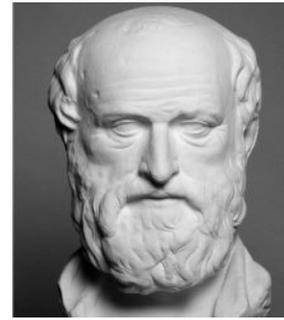
Jean Picard, dit l'abbé Picard, né le 21 juillet 1620 à La Flèche et mort le 12 octobre 1682 à Paris, est un géodésien et un astronome français. Il est considéré comme le fondateur de la géodésie moderne : en effet, il est le premier à mesurer un arc de un degré de méridien terrestre par triangulation avec des instruments munis de lunettes astronomiques à réticule. Il en déduit le rayon de la Terre, supposée sphérique, avec une exactitude jusque-là inégalée. Ses travaux portent aussi sur la recherche d'un étalon de longueur universel et le nivellement pour alimenter en eau les fontaines du château de Versailles. En astronomie, il effectue de nombreuses observations et mesures sur le terrain (pour la géographie et la future carte de France triangulée dont il sera l'initiateur) et à l'Observatoire, en astronomie pure. Il met en place une nouvelle méthode pour déterminer les coordonnées équatoriales des astres par leur passage au méridien, publie des éphémérides ; à ce titre Picard est considéré comme étant à l'origine du développement de l'astronomie de précision. En 1668-1669, l'Académie le charge de la mesure de l'arc de méridien entre Paris et Amiens. Ses mesures par triangulation le conduiront à un résultat d'environ 111,1 km pour un degré de latitude, ce qui donne un rayon terrestre de 6 372 km, le rayon actuellement mesuré étant de 6 371 km. Toujours en 1669, désormais connu, il use de son crédit auprès de Colbert pour attirer en France Jean-Dominique Cassini qui deviendra directeur de l'Observatoire de Paris en 1671.

1. Chargé de veiller à la gestion des Finances de l'État, Colbert avait rédigé en octobre 1659 un mémoire sur de prétendues malversations de Nicolas Fouquet, surintendant des finances de Louis XIV, pointant que « moins de 50% des impôts collectés arrivent jusqu'au roi ».

2. En 1670, l'abbé Mouton avait proposé d'adopter comme base de mesures universelles la longueur d'un arc d'une minute d'un grand cercle terrestre.

3 Première mesure de la terre - Eratosthène

Eratosthène³ fut le premier à élaborer une méthode pour mesurer la circonférence de la terre. Cléomène⁴ explique la méthode utilisée par Eratosthène. Celui-ci considère que Syène (ancien nom d'Assouan) et Alexandrie sont situées sur le même méridien. Assouan, nom actuel de Syène, se trouve en réalité à quelques degrés à l'est du méridien d'Alexandrie. En outre, il dit que Syène est située sous le cercle du tropique d'été. Là encore, ce n'est pas tout à fait exact, Assouan se trouve un peu au nord du tropique du Cancer⁵.

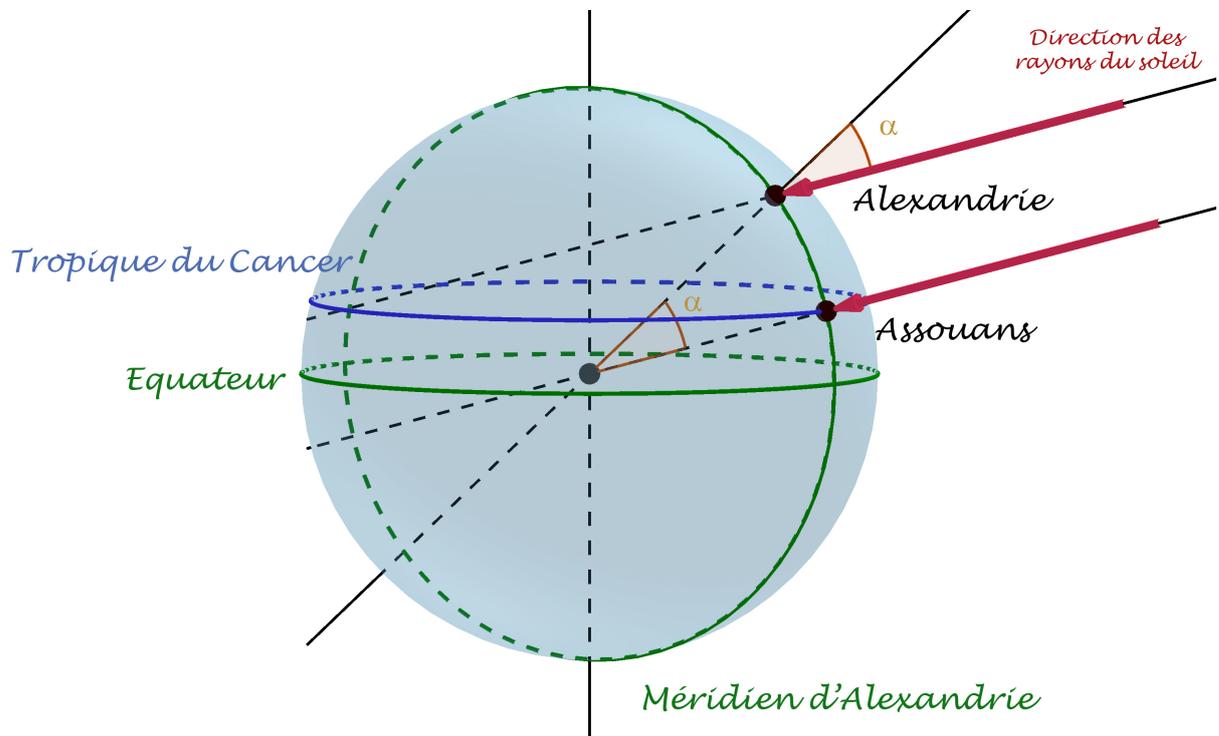


3. Ératosthène de Cyrène, ou simplement Ératosthène est un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec du III^e siècle av. J.-C. (né à Cyrène, l'actuelle Shahhat en Libye, vers 276 av. J.-C. et mort vers 198 av. J.-C. à Alexandrie, Égypte). Érudit reconnu par ses pairs, considéré comme le plus grand savant du III^e siècle av. J.-C., il invente la discipline de la géographie, dont le terme est encore utilisé aujourd'hui. Il fut nommé directeur de la bibliothèque d'Alexandrie.

4. philosophe grec III^eme siècle av. J.-C.

5. Les tropiques sont les deux parallèles du globe terrestre qui délimitent une bande à l'intérieur de laquelle le Soleil apparaît au zénith au moins une fois dans l'année.

Au moment du solstice d'été, le soleil se trouve exactement à la verticale du tropique et, dès lors, un bâton (gnomon) planté perpendiculairement au sol ne produit pas d'ombre (le soleil éclaire le fond d'un puit). Par contre, à Alexandrie, les gnomons projettent une ombre comme le montre la figure suivante.



En mesurant l'amplitude de l'angle α ($\approx 7,2^\circ$) et la distance entre Alexandrie et Assouan (ici, Eratosthène l'évalue en nombre de jours de marche de chameaux pour relier les deux villes !), Eratosthène calcule le rayon terrestre à 6267 km soit une erreur de l'ordre de 2%.

Son résultat semble très correct mais son exactitude est due à la compensation de nombreuses erreurs de mesure comme celles que l'on a pu voir sur la carte : Alexandrie et Syène ne sont pas sur le même méridien et Syène est un peu au nord du tropique du Cancer. En outre l'évaluation de la distance basée sur le nombre de jours de marche d'un chameau est quelque peu approximative.

4 Principe de la triangulation de Picard

Depuis qu'Eratosthène avait mesuré la taille de la Terre (avec un peu de chance, il faut bien l'avouer), personne n'avait véritablement réussi à faire l'unanimité avec une expérience imparable pour la calculer une bonne fois pour toute... La taille de la terre n'était donc toujours pas connue avec précision et cela eu les conséquences que l'on connaît pour Christophe Colomb...

Si on pouvait mesurer précisément les différences d'angles sous lequel on voit une étoile de deux endroits différents du globe, il était beaucoup plus difficile de mesurer la véritable distance entre les deux points sur le globe d'où avaient été effectuées ces mesures... On ne pouvait pas relier les deux villes en ligne droit en comptant les mètres car le sol n'était pas droit, il y avait des rivières, des forêts, des monts, et puis la distance était trop importante (800km). De plus, comme on ne voyait pas Alexandrie depuis Assouan, on n'était pas certain de partir exactement dans la bonne direction... C'était la principale

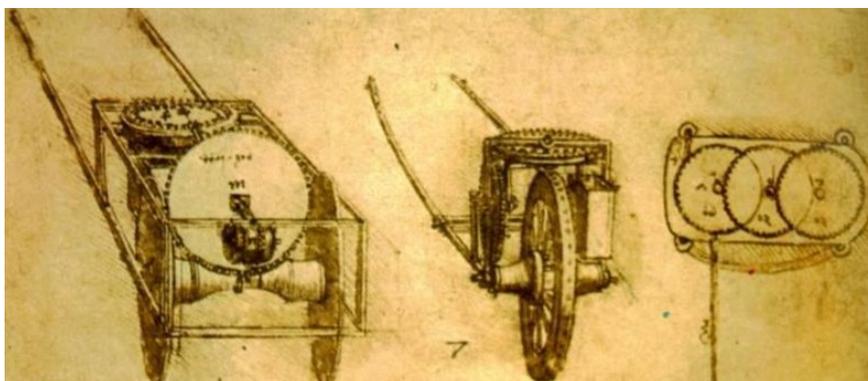
faiblesse du calcul d'Ératosthène qui avait calculé la distance entre Assouan et Alexandrie en fonction du nombre de jours qu'il fallait pour rallier les deux villes en chameau ! Reprendre la méthode d'Ératosthène s'est fait d'une manière très explicite dès le 17^e siècle d'abord par l'érudit néerlandais Willebrord Snell ou Snellius (1580-1626) qui fait paraître en 1617 l'ouvrage « *De Terrae ambitus vera quantitate* ». Pour calculer la taille du méridien terrestre, il utilise un procédé, la « triangulation » qui consiste à remplacer l'appréciation difficile de longues distances par celle beaucoup plus aisée d'angles reliant des édifices de hautes tailles dans des villes à différents endroits du pays de façon à former des triangles contigus. Voici la triangulation (reproduite sur une carte actuelle) réalisée entre au Nord Alkmaar et au Sud Bergen op Zoom



Une fois ces angles observés, il reste deux opérations à effectuer. Il faut tout d'abord mesurer sur le terrain une distance (dite « base ») qui permettra par application des règles de la trigonométrie (théorème d'Al-Kashi) de déterminer la valeur de tous les côtés des autres triangles. Cette base des calculs est ici la distance entre Leiden et Den Haag (en rouge sur la carte). Ensuite, il faut mesurer la différence de latitude entre la ville la plus au nord (Alkmaar) et la ville la plus au sud (Bergen op Zoom) en observant la différence de hauteur d'une même étoile lors de son passage au méridien.

Ces opérations effectuées, on peut par calcul déterminer toutes les distances entre points d'observation et finalement la distance du méridien entre deux villes.

Avant lui, en 1550, Jean Fernel⁶ constate que du point de vue astronomique, Paris et Amiens sont sur le même méridien et qu'un degré de latitude les sépare. Il ne lui reste donc qu'à mesurer la distance entre les deux villes. A cette fin il utilise un odomètre, procédé connu depuis l'antiquité pour mesurer les distances et dont Léonard de Vinci avait imaginé plusieurs versions.



6. Jean Fernel ou Jean François Fernel, est un médecin français, né vers 15062 à Montdidier dans la Somme3, mort le 26 avril 1558 à Paris4. Il était aussi astronome et mathématicien.

Vers 1670, l'abbé Picard va vouloir reprendre le même problème de la mesure entre Paris et Amiens mais en utilisant des méthodes et des instruments beaucoup plus précis. Il réalise une triangulation entre Sourdon (à une trentaine de km au sud d'Amiens) et le lieu-dit de Malvoisine (près de Champcueil dans l'Essonne). Cette portion du méridien est représentée ci-contre.

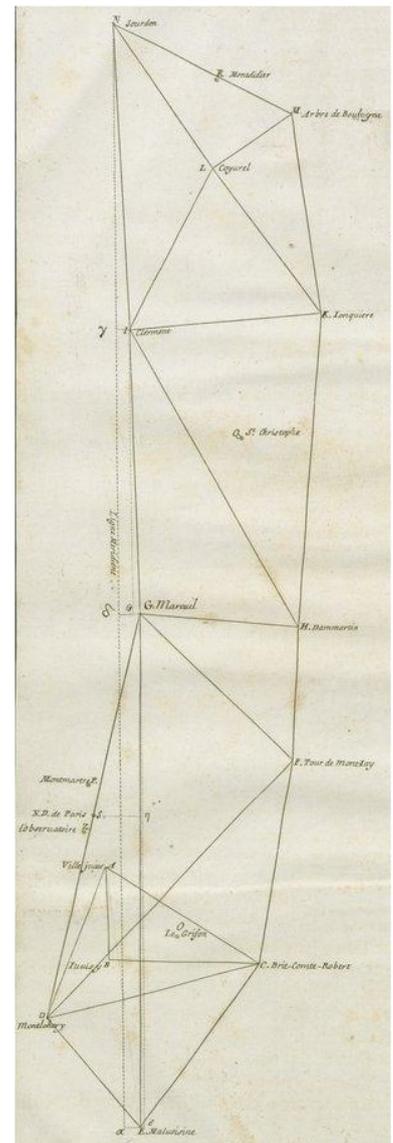
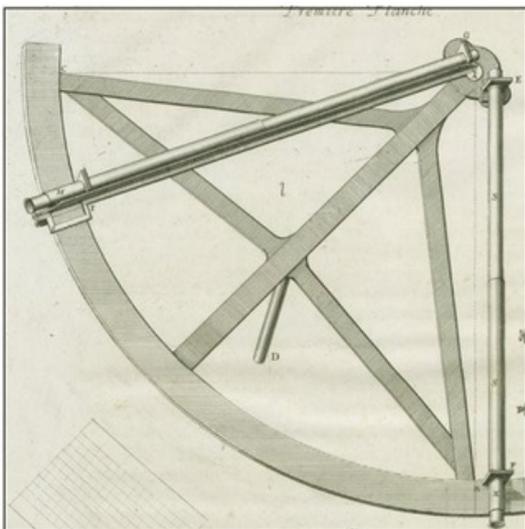
Le dessin est extrait de son livre « Mesure de la Terre » publié en 1671.

On y voit Sourdon en haut, Malvoisine en bas.

L'abbé Picard avait remarqué qu'entre le moulin de Villejuive (le point A) et le pavillon de Juvizy (point B), il y avait une grande voie pavée et droite de plus de 10 kilomètres dont il pourrait calculer la distance exacte. Il choisit cette distance comme base. De proche en proche, en mesurant les angles entre des points bien visibles (tours, églises, bois, monticules, ...), il parvint à déterminer la distance entre les deux villes.

Pour faire ses mesures d'angles il utilise des instruments plus précis comme le quart de cercle.

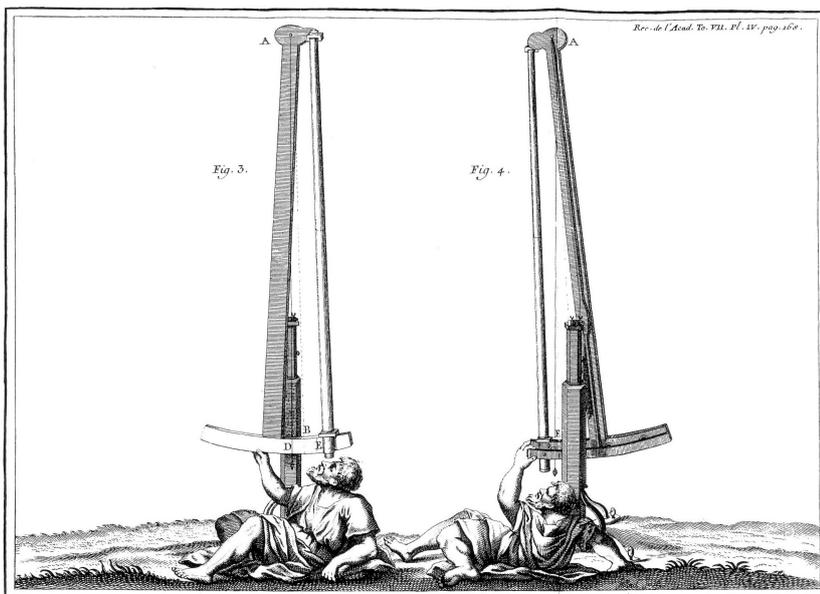
Sur ce « quart de cercle » on voit deux lunettes, celle de droite est fixe, celle de gauche est mobile et l'angle qu'elle fait avec la première peut être lu sur le quart de circonférence.



On peut ainsi viser simultanément deux points de repères et mesurer l'angle qui les sépare comme ci-dessous :



Pour observer la différence de latitude entre les deux extrémités de la triangulation, Picard mesure la hauteur d'une même étoile dans ces deux lieux avec une longue lunette lors de son passage au méridien.



A la fin de ses calculs il arrive à la valeur de 57 060 toises pour un degré de méridien. En multipliant par la valeur de la toise (dite du Châtelet, qui constituait l'étalon de mesure de longueur à l'époque et qui vaut 1,9490363 m), on a un degré égal à 111,212 km et la circonférence de la terre (en multipliant par 360) égale à 40 036,3 km soit cette fois une erreur inférieure à 1 pour mille.

C'est un beau résultat, mais

ce qui irrite Picard c'est que le résultat auquel Fernel est arrivé un siècle plus tôt est égal à 56 746 toises soit une différence de 0,5% par rapport à ses propres mesures. Et Picard conclut visiblement un peu amer : « Il y a sans doute de quoi s'étonner, que par une mesure aussi grossière que la sienne, il ait approché si près de la mesure que tant d'observations nous ont fait conclure ». Mais Fernel ne pouvait pas être certain de son résultat tandis que Picard connaissait la précision de ses propres mesures.

5 Quelques étapes supplémentaires dans le développement du mètre

- 1718 : Prolongation de la méridienne entre Dunkerke et Perpignan
- 1744 : Triangulation quasi complète de la France et carte de Cassini de Thury

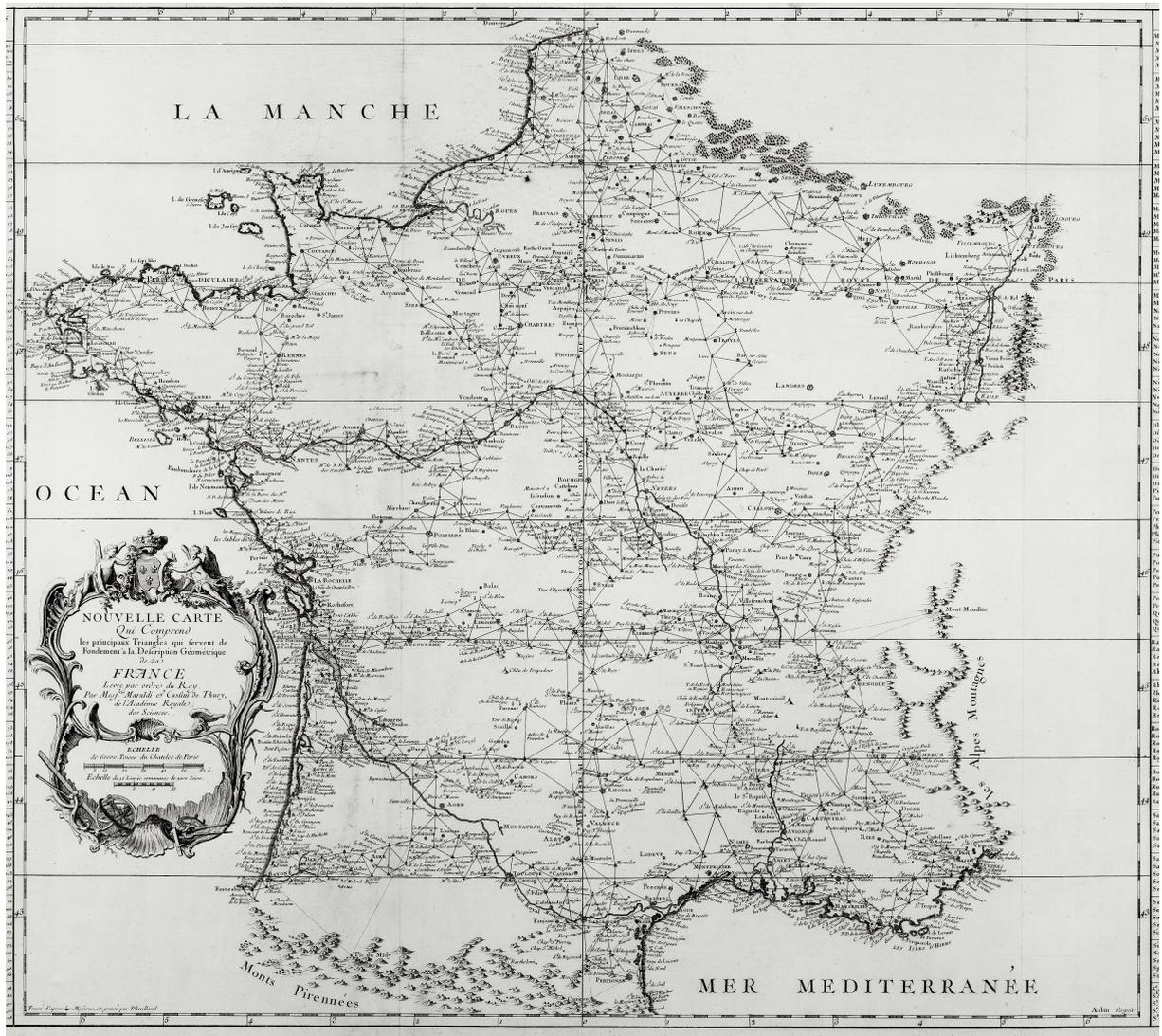


FIGURE 1 – Carte de France - Cassini de Thury - 1744

- le mètre naît lors de la révolution française :
Le 26 mars 1791, l'Assemblée Nationale, sur la demande de Talleyrand et au vu du rapport de l'Académie des sciences, vote l'exécution de la mesure d'un arc de méridien de Dunkerque à Barcelone pour donner une base objective à la nouvelle unité de mesure.
Le 11 juillet 1792, dans leur rapport à l'Académie des Sciences sur la nomenclature des mesures linéaires et superficielles, Borda, Lagrange, Condorcet et Laplace, définissent pour la première fois ce qui deviendra près d'un siècle plus tard l'unité de mesure internationale de référence des longueurs : "*Nous fixons l'unité de mesure à la dix-millionième partie du quart du méridien et nous la nommons mètre*".

- D'autres péripéties viendront émailler la définition actuelle du mètre et l'imposition du système international d'unité (S.I.). Actuellement, la définition du mètre est :

" Le mètre, symbole m ⁷, est l'unité de longueur du SI. Il est défini en prenant la valeur numérique fixée de la vitesse de la lumière dans le vide, c , égale à 299 792 458 lorsqu'elle est exprimée en m/s, la seconde étant définie en fonction de $\Delta\nu_{Cs}$. Dans cette définition, $\Delta\nu_{Cs}$ est la fréquence de la transition hyperfine de l'état fondamental de l'atome de césium 133 non perturbé, à la température du zéro absolu, égale à 9 192 631 770 Hz."

6 Sources

1. "Les Arts et Métiers en Révolution : L'aventure du mètre" - Exposition du CNAM - 4 avril-30 octobre 1989 - Musée National des Techniques 1989
2. https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Picard
3. https://fr.wikipedia.org/wiki/Carte_de_Cassini
4. https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean-Baptiste_Colbert
5. <http://astronomie-smartsmur.over-blog.com/article-4-7---calcul-de-la-taille-de-la-terre-98814037.html>
6. [https://fr.wikipedia.org/wiki/Méridienne_\(géodésie\)](https://fr.wikipedia.org/wiki/Méridienne_(géodésie))
7. <https://fr.wikipedia.org/wiki/Érathostène>
8. <https://fr.wikipedia.org/wiki/Tropique>
9. <https://enseignement-latin.hypotheses.org/12139>
10. <https://enseignement-latin.hypotheses.org/12140>
11. <https://slideplayer.fr/slide/13022744/>
12. https://fr.wikipedia.org/wiki/Jean_Fernel
13. https://fr.wikipedia.org/wiki/Carte_de_Cassini
14. <https://fr.wikipedia.org/wiki/Mètre>

7. La définition du mètre a été adoptée à la 26^{ème} réunion de la CGPM (Bureau international des poids et mesures) de novembre 2018 et est valable à compter du 20 mai 2019.