**Nom, Prénom:**

## Devoir surveillé n°8 - Solutions

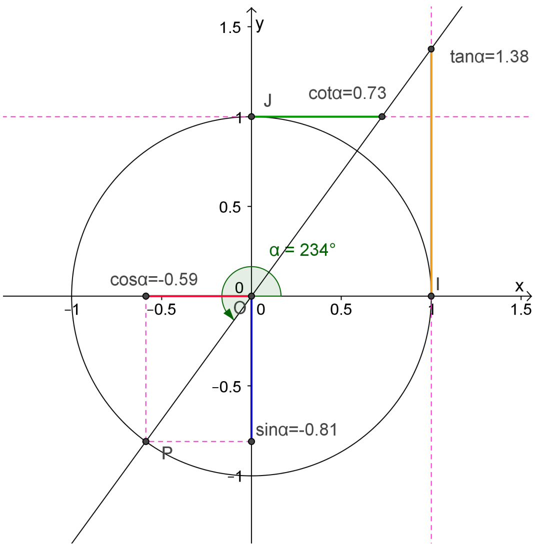
## Cercle trigonométrique

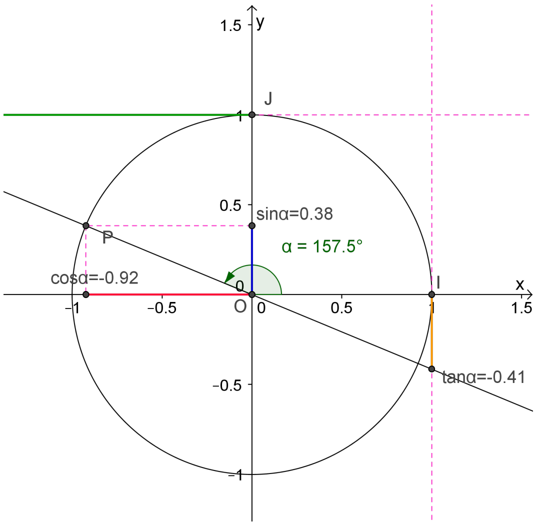
## Série A

Le 19 février 2019 Classe: 4A

.../5 1. Dans un cercle de 5cm de rayon :

(a) Placer les points $A$ et $B$ images des angles $\alpha = 234°$ et $\beta = \frac{7\pi}{8}$




(b) Lire sur le cercle une valeur approchée de $\sin\alpha$, $\cot\alpha$, $\cos\beta$ et $\tan\beta$

$\sin\alpha \approx -0.8$, $\cot\alpha \approx 0.7$, $\cos\beta \approx -0.9$ et $\tan\beta \approx -0.4$

.../5 2. On donne $\tan x = -\frac{5}{4}$ et $x \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques de $x$.

On a $\cot x = -\frac{4}{5}$. En utilisant la relation $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$, on trouve $\cos x = -\frac{4\sqrt{41}}{41}$ et $\sin x = \frac{5\sqrt{41}}{41}$

.../5 3. On donne $x = \frac{\cos u}{\cos v}$, $y = \frac{\sin u}{\cos v}$ et $z = \tan v$. Calculer $x^2 + y^2 - z^2$.

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{\cos^2 u}{\cos^2 v} + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 v} - \frac{\sin^2 v}{\cos^2 v}$$

$$= \frac{\cos^2 u + \sin^2 u - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{1 - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v} = 1$$

.../5 4. Vérifier l'identité

$$\frac{\tan a+\cot a}{\tan a-\cot a}-\frac{\tan a-\cot a}{\tan a+\cot a}=\frac{4\sin^2 a\cos^2 a}{1-2\cos^2 a}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{I} &= \frac{\tan a+\cot a}{\tan a-\cot a}-\frac{\tan a-\cot a}{\tan a+\cot a}\\
&= \frac{(\tan a+\cot a)^2-(\tan a-\cot a)^2}{\tan^2 a-\cot^2 a}\\
&= \frac{4\tan a\cot a}{\tan^2 a-\cot^2 a}\\
&= \frac{4}{\dfrac{\sin^2 a}{\cos^2 a}-\dfrac{\cos^2 a}{\sin^2 a}}\\
&= \frac{4}{\dfrac{\sin^4 a-\cos^4 a}{\cos^2 a\sin^2 a}}\\
&= \frac{4\cos^2 a\sin^2 a}{\sin^4 a-\cos^4 a}\\
&= \frac{4\cos^2 a\sin^2 a}{(\sin^2 a-\cos^2 a)(\sin^2 a+\cos^2 a)}\\
&= \frac{4\cos^2 a\sin^2 a}{\sin^2 a-\cos^2 a}\\
&= \frac{4\cos^2 a\sin^2 a}{1-\cos^2 a-\cos^2 a}\\
&= \frac{4\sin^2 a\cos^2 a}{1-2\cos^2 a}\\
&= \mathcal{II}
\end{aligned}$$

## Nom, Prénom:

### Devoir surveillé n°8 - Solutions

### Cercle trigonométrique

### Série B

Le 19 février 2019 Classe: 4A

.../5 1. On donne $x = \dfrac{\cos u}{\cos v}$, $y = \dfrac{\sin u}{\cos v}$ et $z = \tan v$. Calculer $x^2 + y^2 - z^2$.

$$x^2 + y^2 - z^2 = \frac{\cos^2 u}{\cos^2 v} + \frac{\sin^2 u}{\cos^2 v} - \frac{\sin^2 v}{\cos^2 v}$$
$$= \frac{\cos^2 u + \sin^2 u - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{1 - \sin^2 v}{\cos^2 v} = \frac{\cos^2 v}{\cos^2 v} = 1$$

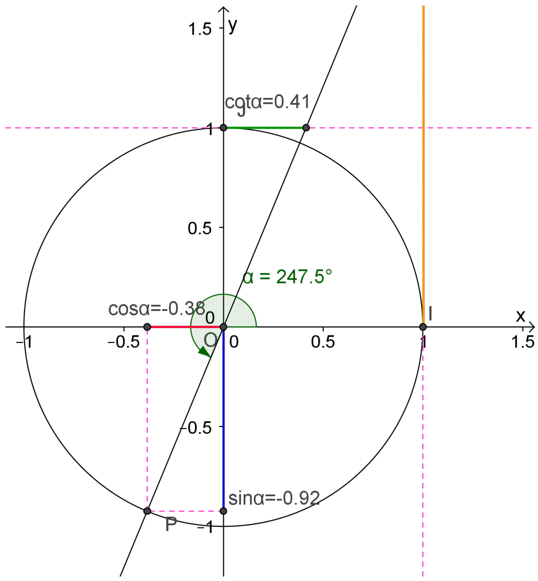
.../5 2. Vérifier l'identité

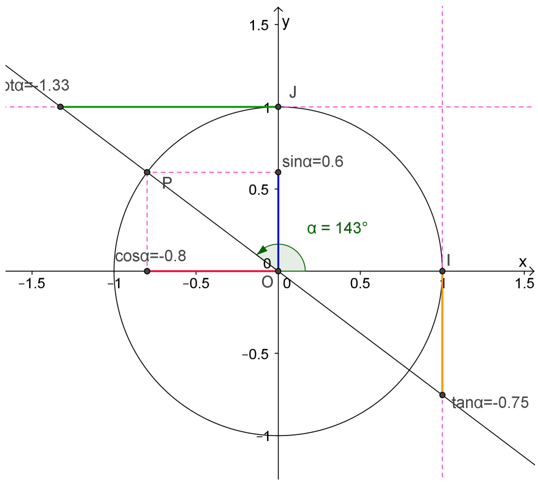
$$\frac{\tan a - \cot a}{\tan a + \cot a} - \frac{\tan a + \cot a}{\tan a - \cot a} = \frac{4\sin^2 a \cos^2 a}{1 - 2\sin^2 a}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{I} &= \frac{\tan a - \cot a}{\tan a + \cot a} - \frac{\tan a + \cot a}{\tan a - \cot a} \\
&= \frac{(\tan a - \cot a)^2 - (\tan a + \cot a)^2}{\tan^2 a - \cot^2 a} \\
&= \frac{-4\tan a \cot a}{\tan^2 a - \cot^2 a} \\
&= \frac{-4}{\dfrac{\sin^2 a}{\cos^2 a} - \dfrac{\cos^2 a}{\sin^2 a}} \\
&= \frac{-4}{\dfrac{\sin^4 a - \cos^4 a}{\cos^2 a \sin^2 a}} \\
&= \frac{-4\cos^2 a \sin^2 a}{\sin^4 a - \cos^4 a} \\
&= \frac{-4\cos^2 a \sin^2 a}{(\sin^2 a - \cos^2 a)(\sin^2 a + \cos^2 a)} \\
&= \frac{-4\cos^2 a \sin^2 a}{\sin^2 a - \cos^2 a} \\
&= \frac{-4\cos^2 a \sin^2 a}{\sin^2 a - (1 - \sin^2 a)} \\
&= \frac{4\sin^2 a \cos^2 a}{1 - 2\sin^2 a} \\
&= \mathcal{II}
\end{aligned}$$

.../5 3. Dans un cercle de 5cm de rayon :

(a) Placer les points $A$ et $B$ images des angles $\alpha = \dfrac{11\pi}{8}$ et $\beta = 143°$






(b) Lire sur le cercle une valeur approchée de $\sin\alpha$, $\cot\alpha$, $\cos\beta$ et $\tan\beta$
$\sin\alpha \approx -0.9$, $\cot\alpha \approx 0.4$, $\cos\beta \approx -0.8$ et $\tan\beta \approx -0.75$

.../5 4. On donne $\cot x = -\dfrac{4}{5}$ et $x \in \left]\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right[$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques de $x$.

On a $\tan x = -\dfrac{5}{4}$. En utilisant la relation $1 + \cot^2 x = \dfrac{1}{\sin^2 x}$, on trouve $\sin x = -\dfrac{5\sqrt{41}}{41}$ et $\cos x = \dfrac{4\sqrt{41}}{41}$