

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°6 - Solutions

Valeurs absolues

Série A

Le 22 janvier 2019

Classe: 4A

On considère l'expression

$$E(x) = |3x + 1| - 2 - x - |5 - x|$$

.../2 1. Calculer $E\left(\frac{1}{2}\right)$;

$$E\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{9}{2}$$

.../8 2. A l'aide d'un tableau de traduction, écrire $E(x)$ sans les valeurs absolues ;

$$|3x + 1| = \begin{cases} 3x + 1 & \text{si } 3x + 1 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{1}{3} \\ -(3x + 1) & \text{si } 3x + 1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$|5 - x| = \begin{cases} 5 - x & \text{si } 5 - x > 0 \Leftrightarrow x < 5 \\ -(5 - x) & \text{si } 5 - x < 0 \Leftrightarrow x > 5 \end{cases}$$

| x | $-\frac{1}{3}$ | 5 | |
|------------|----------------|----------|------------|
| $ 3x + 1 $ | $-(3x + 1)$ | $3x + 1$ | $3x + 1$ |
| $-$ | $-$ | $-$ | $-$ |
| $2 + x$ | $2x +$ | $2 + x$ | $2 + x$ |
| $-$ | $-$ | $-$ | $-$ |
| $ 5 - x $ | $5 - x$ | $5 - x$ | $-(5 - x)$ |
| E | (1) | (2) | (3) |

$$(1) = -3x - 1 - 2 - x - 5 + x = -3x - 8$$

$$(2) = 3x + 1 - 2 - x - 5 + x = 3x - 6$$

$$(3) = 3x + 1 - 2 - x + 5 - x = x + 4$$

$$E(x) = \begin{cases} -3x - 8 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ 3x - 6 & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 5 \\ x + 4 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

.../5 3. A l'aide des résultats de la question 2, résoudre l'équation $E(x) = x - 2$;

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -3x - 8 = x - 2 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ 3x - 6 = x - 2 & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 5 \\ x + 4 = x - 2 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x = -\frac{3}{2} & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ x = 2 & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 5 \\ 0 = 6 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

Les deux premières solutions sont acceptables mais pas la dernière qui est impossible.

$$S : \left\{ -\frac{3}{2}, 2 \right\}$$

.../5 4. A l'aide des résultats de la question 2, résoudre l'inéquation $E(x) > 10$;

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} -3x - 8 > 10 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ 3x - 6 > 10 & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 5 \\ x + 4 > 10 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x < -6 & \text{si } x < -\frac{1}{3} \\ x > \frac{16}{3} & \text{si } -\frac{1}{3} < x < 5 \\ x > 6 & \text{si } x > 5 \end{cases}$$

En ne gardant que les solutions acceptables, on a :

$$S : -\infty, -6] \cup [6, +\infty$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°6 - Solutions

Valeurs absolues

Série B

Le 22 janvier 2019

Classe: 4A

On considère l'expression

$$E(x) = |4 - x| + 2 + x - |3x + 2|$$

.../2 1. Calculer $E\left(\frac{1}{2}\right)$;

$$E\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}$$

.../8 2. A l'aide d'un tableau de traduction, écrire $E(x)$ sans les valeurs absolues;

$$|3x + 2| = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } 3x + 2 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{2}{3} \\ -(3x + 2) & \text{si } 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$|4 - x| = \begin{cases} 4 - x & \text{si } 4 - x > 0 \Leftrightarrow x < 4 \\ -(4 - x) & \text{si } 4 - x < 0 \Leftrightarrow x > 4 \end{cases}$$

| x | $-\frac{2}{3}$ | 4 |
|------------|----------------|------------|
| $ 4 - x $ | $4 - x$ | $-(4 - x)$ |
| $+$ | $+$ | $+$ |
| $2 + x$ | $2 + x$ | $2 + x$ |
| $-$ | $-$ | $-$ |
| $ 3x + 2 $ | $-(3x + 2)$ | $3x + 2$ |
| E | (1) | (2) |

$$(1) = 4 - x + 2 + x + 3x + 2$$

$$(2) = 4 - x + 2 + x - 3x - 2$$

$$(3) = x - 4 + 2 + x - 3x - 2$$

$$E(x) = \begin{cases} 3x + 8 & \text{si } x < -\frac{2}{3} \\ -3x + 4 & \text{si } -\frac{2}{3} < x < 4 \\ -x - 4 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

.../5 3. A l'aide des résultats de la question 2, résoudre l'équation $E(x) = x - 2$;

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} 3x + 8 = x - 2 & \text{si } x < -\frac{2}{3} \\ -3x + 4 = x - 2 & \text{si } -\frac{2}{3} < x < 4 \\ -x - 4 = x - 2 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x = -5 & \text{si } x < -\frac{2}{3} \\ x = \frac{3}{2} & \text{si } -\frac{2}{3} < x < 4 \\ x = -2 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Les deux premières solutions sont acceptables mais pas la dernière qui est impossible.

$$S : \left\{ -5, \frac{3}{2} \right\}$$

.../5 4. A l'aide des résultats de la question 2, résoudre l'inéquation $E(x) < -10$;

Il faut résoudre :

$$\begin{cases} 3x + 8 < -10 & \text{si } x < -\frac{2}{3} \\ -3x + 4 < -10 & \text{si } -\frac{2}{3} < x < 4 \\ -x - 4 < -10 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} x < -6 & \text{si } x < -\frac{2}{3} \\ x > \frac{14}{3} & \text{si } -\frac{2}{3} < x < 4 \\ x > 6 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

En ne gardant que les solutions acceptables, on a :

$$S : -\infty, -6] \cup [6, +\infty$$