Athénée Royal Uccle 1

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Les radicaux

Série A

Le 8 novembre 2018 Classe: 4A

.../3 1. Simplifier

$$\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b}\right)^3$$

$$\left(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{b}\right)^3=\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^3-3\left(\sqrt[3]{a^2}\right)^2.\sqrt[3]{b}+3\sqrt[3]{a^2}\left(\sqrt[3]{b}\right)^2-\left(\sqrt[3]{b}\right)^3=a^2-3a\sqrt[3]{ab}+3\sqrt[3]{a^2b^2}-b$$

.../4 2. Simplifier l'expression

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$$

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2+(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{a-b}$$
$$=\frac{2(a+b)}{a-b}$$

.../5 3. Ecrire sous forme de puissance de a et b ($a,b\in\mathbb{R}_0^+$). Donner la réponse sans exposant négatif et les exprimer ensuite sous forme de racines simplifiées ***et*** réduites :

$$\left(\sqrt[5]{\frac{b.\sqrt{a}}{b^{\frac{1}{2}}a^2}}.\sqrt[3]{\frac{b^{-1}.\sqrt{a}}{0,08a.\sqrt{b}}}\right)^{-4}$$

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt[5]{\frac{b.\sqrt{a}}{b^{\frac{1}{2}}a^2}}.\sqrt[3]{\frac{b^{-1}.\sqrt{a}}{0,008a.\sqrt{b}}}\right)^{-4} &= \left(\left(\frac{b.a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}}a^2}\right)^{\frac{1}{5}}.\left(\frac{b^{-1}.a^{\frac{1}{2}}}{0,008a.b^{\frac{1}{2}}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}\\
&= \left(\left(a^{-\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{5}}.\left(\frac{b^{-\frac{3}{2}}.a^{-\frac{1}{2}}}{0,008}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}\\
&= \left(a^{-\frac{3}{10}}b^{\frac{1}{10}}.\frac{b^{-\frac{1}{2}}.a^{-\frac{1}{6}}}{0,2}\right)^{-4}\\
&= \left(\frac{a^{-\frac{14}{30}}b^{-\frac{2}{5}}}{0,2}\right)^{-4}\\
&= \frac{0,0016}{a^{-\frac{56}{30}}b^{-\frac{8}{5}}}\\
&= 0,0016a^{\frac{28}{15}}b^{\frac{8}{5}}\\
&= 0,0016ab\,\sqrt[15]{a^{13}}\sqrt[5]{b^3}
\end{aligned}$$

.../4 4. Donner les conditions d'existence de

$$\sqrt[p]{(-3)^n}$$

Si n est pair, p est quelconque. Si n est impair, p est impair.

.../4 5. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de

$$\sqrt[5]{2\sqrt[4]{\frac{5}{3}} - \sqrt[3]{\frac{22,356}{\sqrt{2,368}}}}$$

$$\sqrt[5]{2\sqrt[4]{\frac{5}{3}} - \sqrt[3]{\frac{22,356}{\sqrt{2,368}}}} \approx -0,700$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°4 - Solutions

Les radicaux

Série B

Le 8 novembre 2018 Classe: 4A

.../3 1. Simplifier

$$\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y^2}\right)^3$$

$$\left(\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y^2}\right)^3=\left(\sqrt[3]{x}\right)^3-3\left(\sqrt[3]{x}\right)^2.\sqrt[3]{y^2}+3\sqrt[3]{x}\left(\sqrt[3]{y^2}\right)^2-\left(\sqrt[3]{y^2}\right)^3=x-3\sqrt[3]{x^2y^2}+3y\sqrt[3]{xy}-y^2$$

.../4 2. Simplifier l'expression

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$$

$$\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2-(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{x-y}$$
$$=\frac{-4\sqrt{xy}}{x-y}$$

.../5 3. Ecrire sous forme de puissance de x et y ($x, y \in \mathbb{R}_0^+$). Donner la réponse sans exposant négatif et les exprimer ensuite sous forme de racines simplifiées ***et*** réduites :

$$\left(\sqrt[5]{\frac{y^{-1}.\sqrt{x}}{0,00032x.\sqrt{y}}}.\sqrt[3]{\frac{y.\sqrt{x}}{y^{\frac{1}{2}}x^2}}\right)^{-4}$$

$$\begin{aligned}
\left(\sqrt[5]{\frac{y^{-1}.\sqrt{x}}{0,00032x.\sqrt{y}}}.\sqrt[3]{\frac{y.\sqrt{x}}{y^{\frac{1}{2}}x^2}}\right)^{-4} &= \left(\left(\frac{y^{-1}.\sqrt{x}}{0,00032x.\sqrt{y}}\right)^{\frac{1}{5}}.\left(\frac{y.\sqrt{x}}{y^{\frac{1}{2}}x^2}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}\\
&= \left(\left(\frac{y^{-\frac{3}{2}}.x^{-\frac{1}{2}}}{0,00032}\right)^{\frac{1}{5}}.\left(y^{\frac{1}{2}}.x^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{-4}\\
&= \left(\frac{y^{-\frac{3}{10}}.x^{-\frac{1}{10}}}{0,2}.y^{\frac{1}{6}}.x^{-\frac{1}{2}}\right)^{-4}\\
&= \left(\frac{y^{-\frac{4}{30}}.x^{-\frac{6}{10}}}{0,2}\right)^{-4}\\
&= \frac{0,0016}{y^{-\frac{8}{15}}.x^{-\frac{12}{5}}}\\
&= 0,0016.y^{\frac{8}{15}}.x^{\frac{12}{5}}\\
&= 0,0016.x^2\sqrt[15]{y^8}.\sqrt[5]{x^2}
\end{aligned}$$

.../4 4. Donner les conditions d'existence de

$$\sqrt[p]{(-5)^n}$$

Si n est pair, p est quelconque. Si n est impair, p est impair.

.../4 5. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{\frac{41,258}{\sqrt{6,365}}} - 3\sqrt[4]{\frac{2}{9}}}$$

$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{\frac{41,258}{\sqrt{6,365}}} - 3\sqrt[4]{\frac{2}{9}}} \approx 0,863$$