Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°7 - Solutions

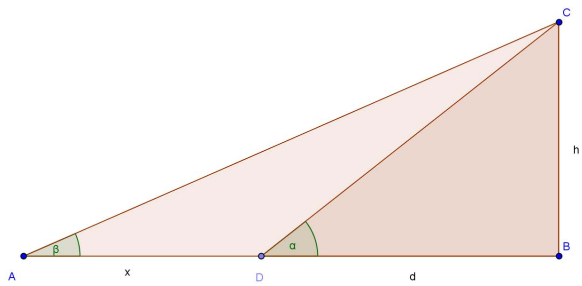
Trigonométrie dans le triangle rectangle

Série A

Le 16 octobre 2018 | Classe: 4A

1. Maître Renard situé à une distance d de l'arbre observe Maître Corbeau posé en son sommet sous un angle de 55°. En reculant de 3m, il voit le volatile et son fromage sous un angle de 45°. Quelle est la hauteur l'arbre et à quelle distance de celle-ci Maître Renard était-il initialement placé ?

   Le schéma de la situation est le suivant



Dans notre cas, on a $\alpha = 55°$, $\beta = 45°$ et $x = 3m$. Les triangles ABC et DCB sont rectangle. On a :

$$\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{h}{d} \\ \tan\beta = \dfrac{h}{d+x} \end{cases}$$

En résolvant ce système par substitution, on obtient

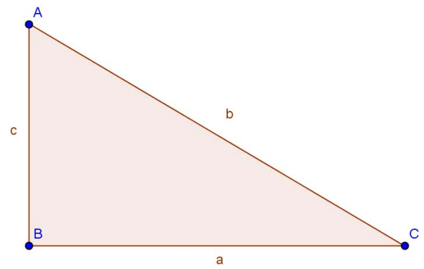
$$\begin{cases} d = \dfrac{x\tan\beta}{\tan\alpha - \tan\beta} \\ h = \dfrac{x\tan\beta\tan\alpha}{\tan\alpha - \tan\beta} \end{cases}$$

dont la solution, après remplacement par les valeurs données dans l'énoncé, est

$$\begin{cases} h \approx 7m \\ d \approx 10m \end{cases}$$

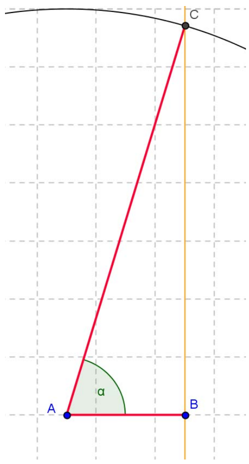
2. Dans un triangle ABC rectangle en B, on donne $\cos \hat{C} = 0.6$ et $b = 6$. Déterminer les nombres trigonométriques des angles aigus de ce triangle ainsi que la longueur des côtés du triangle.

   On a $a = b\cos\hat{C} = 3.6$, $c = \sqrt{b^2 - a^2} = 4.8$, $\sin\hat{A} = \cos\hat{C} = 0.6$, $\sin\hat{C} = \cos\hat{A} = \frac{c}{b} = 0.8$, $\tan\hat{A} = \frac{a}{c} = \frac{3}{4}$ et $\tan\hat{C} = \frac{1}{\tan\hat{A}} = \frac{4}{3}$.
   Le triangle est représenté ci-dessous.

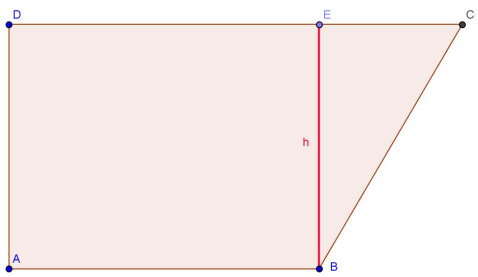


3. A l'aide d'un compas, dessiner un angle dont le cosinus vaut $\frac{2}{7}$. Même question pour un angle dont le sinus vaut $\frac{4}{3}$.

   Le premier cas est représenté ci-dessous. Le second est impossible car le sinus est toujours plus petit que 1 !



4. On considère un trapèze rectangle $ABCD$ tel que $\hat{A} = 90°$, $\hat{D} = 90°$, $AB = 5$, $AD = 4$ et $\hat{C} = 60°$. Déterminer l'aire de ce trapèze. Le schéma de la situation est le suivant



On a $h = 4$ et $EC = \dfrac{h}{\tan 60^\circ}$. Dès lors, l'aire du trapèze vaut

$$\mathcal{A} = \frac{B+b}{2}.h = \frac{AB+DC}{2}.h = \frac{5 + \left(5 + \dfrac{4}{\tan 60^\circ}\right)}{2}.4 \approx 24.62$$

Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°7 - Solutions

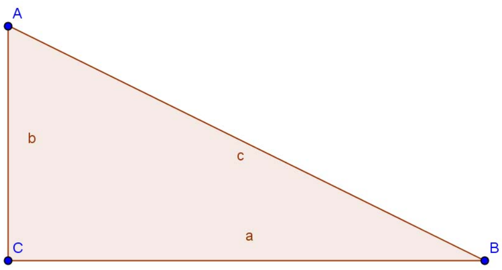
Trigonométrie dans le triangle rectangle

Série B

Le 16 octobre 2018 Classe: 4A

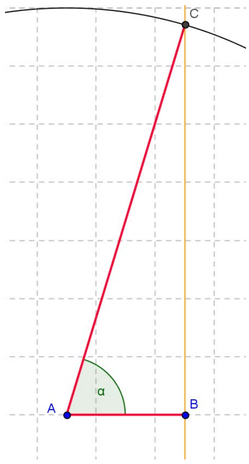
1. Dans un triangle ABC rectangle en C, on donne $\sin \hat{A} = 0.6$ et $c = 6$. Déterminer les nombres trigonométriques des angles aigus de ce triangle ainsi que la longueur des côtés du triangle.

   On a $a = c \sin \hat{C} = 3.6$, $b = \sqrt{c^2 - a^2} = 4.8$, $\cos \hat{B} = \sin \hat{A} = 0.6$, $\sin \hat{B} = \cos \hat{A} = \frac{b}{c} = 0.8$, $\tan \hat{A} = \frac{a}{b} = \frac{3}{4}$ et $\tan \hat{B} = \frac{1}{\tan \hat{A}} = \frac{4}{3}$.
   Le triangle est représenté ci-dessous.



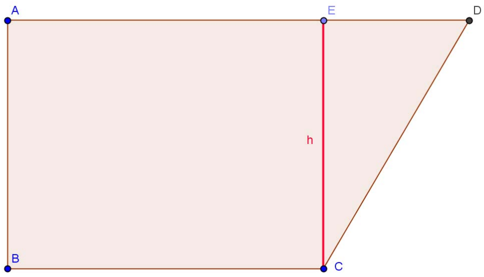
2. A l'aide d'un compas, dessiner un angle dont le sinus vaut $\frac{3}{8}$. Même question pour un angle dont le cosinus vaut $\frac{5}{3}$.

   Le premier cas est représenté ci-dessous. Le second est impossible car le sinus est toujours plus petit que 1 !



3. On considère un trapèze rectangle $ABCD$ tel que $\hat{B} = 90°$, $\hat{A} = 90°$, $BC = 5$, $BA = 4$ et $\hat{D} = 60°$. Déterminer l'aire de ce trapèze.

   Le schéma de la situation est le suivant

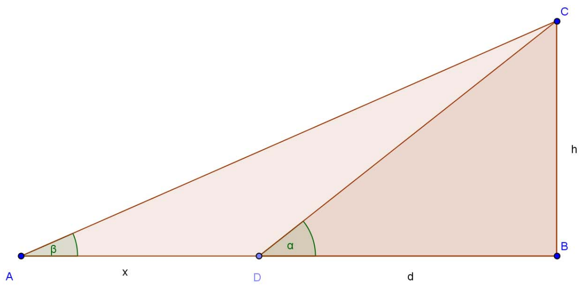


   On a $h = 4$ et $ED = \dfrac{h}{\tan 60°}$. Dès lors, l'aire du trapèze vaut

$$\mathcal{A} = \frac{B+b}{2}.h = \frac{AD+BC}{2}.h = \frac{5+\left(5+\dfrac{4}{\tan 60°}\right)}{2}.4 \approx 24.62$$

4. Un enfant situé à une distance d d'une maison observe un oiseau posé sur le faîte du toit sous un angle de 30°. En reculant de 5m, il voit l'oiseau sous un angle de 25°. Quelle est la hauteur de la maison et à quelle distance de celle-ci l'enfant était initialement placé ?

   Le schéma de la situation est le suivant



   Dans notre cas, on a $\alpha = 30°$, $\beta = 25°$ et $x = 5m$. Les triangles ABC et DCB sont rectangle.

On a :

$$\begin{cases} \tan\alpha = \dfrac{h}{d} \\ \tan\beta = \dfrac{h}{d+x} \end{cases}$$

En résolvant ce système par substitution, on obtient

$$\begin{cases} d = \dfrac{x\tan\beta}{\tan\alpha - \tan\beta} \\ h = \dfrac{x\tan\beta\tan\alpha}{\tan\alpha - \tan\beta} \end{cases}$$

dont la solution, après remplacement par les valeurs données dans l'énoncé, est

$$\begin{cases} h \approx 26m \\ d \approx 15m \end{cases}$$