Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°14 - Solutions

Les droites

Série A

Le 20 mars 2024 Classe: 4D

Dans le repère orthonormé de la page suivante, on donne :

— les points $A\left(-\frac{5}{2},-\frac{1}{2},\right)$, $B\left(2,\frac{1}{2}\right)$ et $C(2,-3)$;

— la droite $d' \equiv x+4y-4=0$.

.../1 1. Déterminer l'équation de la droite dessinée ;

L'équation de la droite est $d \equiv y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$.

.../2 2. Représenter dans le même repère la droite d' ;

La droite est représentée dans le repère ci-dessous.

.../2 3. Ecrire l'équation de la droite BC ;

La pente de BC vaut $m=\frac{\frac{1}{2}-(-3)}{2-2}=\frac{\frac{7}{2}}{0}$ qui est impossible à calculer. La droite a pour équation $d''' \equiv x=2$.

.../1 4. Vérifier que le point B appartient d' ;

B appartient à d' si et seulement si $2+4.\frac{1}{2}-4=0$ ce qui est le cas.

.../4 5. Ecrire l'équation de la droite d'' parallèle à d' et passant par A ;

Les pente de d' et d'' sont identiques et valent $m=-\frac{1}{4}$. L'équation de d'' est $d'' \equiv y+\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}\left(x+\frac{5}{2}\right)$ ou, après réduction, $d'' \equiv y=-\frac{1}{4}x-\frac{9}{8}$ ou encore $d'' \equiv 2x+8y+9=0$.

.../10 6. Déterminer la distance de A à d'.

Le calcul se fait en trois étapes :

— On détermine l'équation de la droite d'''' perpendiculaire à d' et passant par A.

La pente de d'''' vaut 4 et $d'''' \equiv y+\frac{1}{2}=4(x+\frac{5}{2})$ ou $d'''' \equiv y=4x-\frac{19}{2}$ ou encore $d'''' \equiv 8x-2y-19=0$.

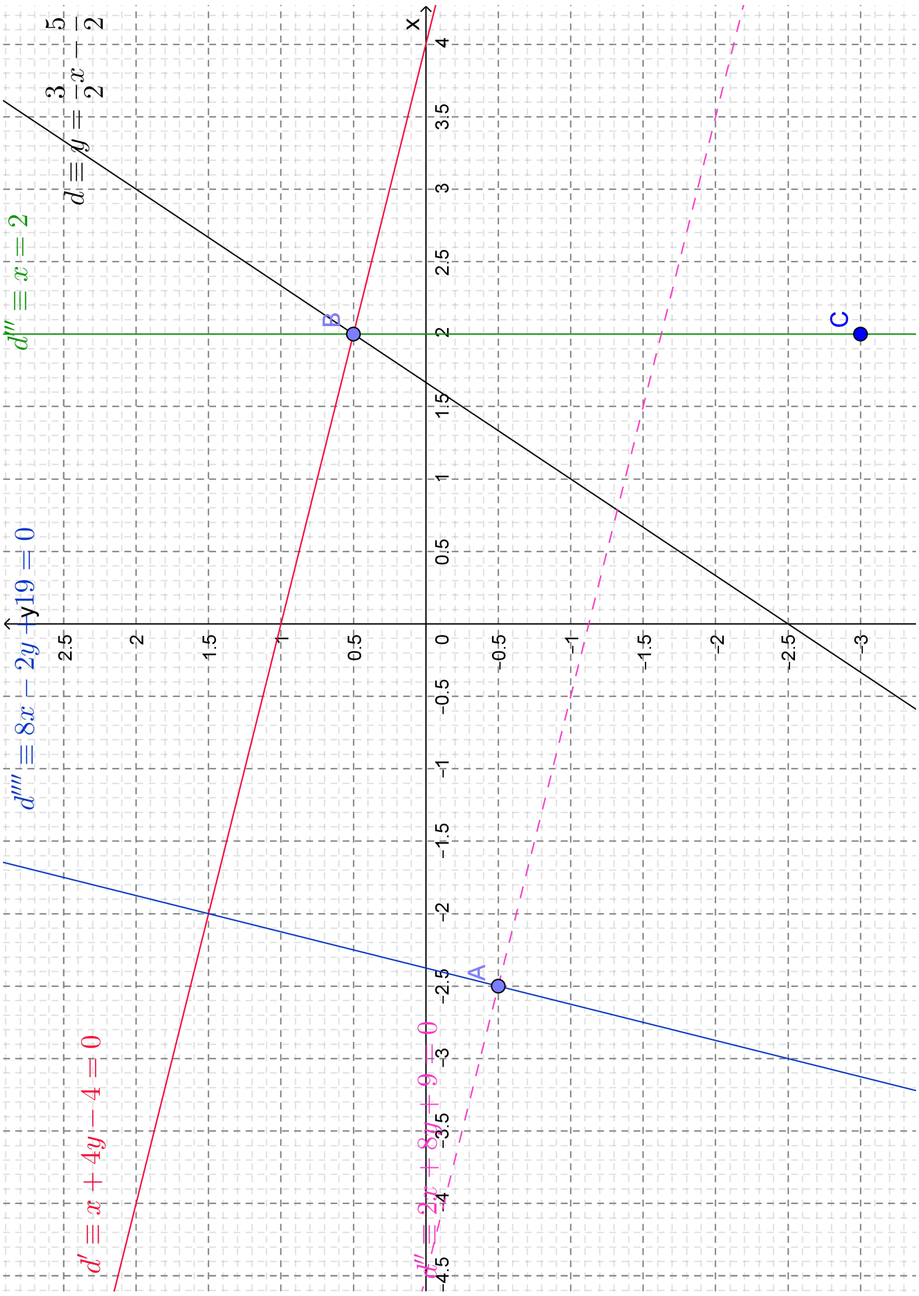
— On recherche le point d'intersection de d' et d'''' en résolvant le système

$$\begin{cases} x+4y-4=0 \\ 8x-2y-19=0 \end{cases}$$

La méthode de combinaison linéaire (la plus simple ici) permet de trouver $I\left(-2,\frac{3}{2}\right)$.

— On applique la formule de la distance entre deux points

$$d(A,d') = d(A,I) = \sqrt{\left(-2+\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$



Nom, Prénom:

Devoir surveillé n°14 - Solutions

Les droites

Série B

Le 20 mars 2024 | Classe: 4D

Dans le repère orthonormé de la page suivante, on donne :

— les points $A\left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, \right)$, $B\left(2, -\frac{1}{2}\right)$ et $C(2, 3)$;

— la droite $d' \equiv x - 4y - 4 = 0$.

.../1 1. Déterminer l'équation de la droite dessinée ;

L'équation de la droite est $d \equiv y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$.

.../2 2. Représenter dans le même repère la droite d' ;

La droite est représentée dans le repère ci-dessous.

.../2 3. Ecrire l'équation de la droite BC ;

La pente de BC vaut $m = \frac{-\frac{1}{2} - (3)}{2 - 2} = \frac{-\frac{7}{2}}{0}$ qui est impossible à calculer. La droite a pour équation $d''' \equiv x = 2$.

.../1 4. Vérifier que le point B appartient d' ;

B appartient à d' si et seulement si $2 - 4.\left(-\frac{1}{2}\right) - 4 = 0$ ce qui est le cas.

.../4 5. Ecrire l'équation de la droite d'' parallèle à d' et passant par A ;

Les pente de d' et d'' sont identiques et valent $m = \frac{1}{4}$. L'équation de d'' est $d'' \equiv y - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}\left(x + \frac{5}{2}\right)$ ou, après réduction, $d'' \equiv y = \frac{1}{4}x + \frac{9}{8}$ ou encore $d'' \equiv 2x - 8y + 9 = 0$.

.../10 6. Déterminer la distance de A à d'.

Le calcul se fait en trois étapes :

— On détermine l'équation de la droite d'''' perpendiculaire à d' et passant par A.
La pente de d'''' vaut -4 et $d'''' \equiv y - \frac{1}{2} = -4(x + \frac{5}{2})$ ou $d'''' \equiv y = -4x - \frac{19}{2}$ ou encore $d'''' \equiv 8x + 2y + 19 = 0$.

— On recherche le point d'intersection de d' et d'''' en résolvant le système

$$\begin{cases} x - 4y - 4 = 0 \\ 8x + 2y + 19 = 0 \end{cases}$$

La méthode de combinaison linéaire (la plus simple ici) permet de trouver $I\left(-2, -\dfrac{3}{2}\right)$.

— On applique la formule de la distance entre deux points

$$d(A, d') = d(A, I) = \sqrt{\left(-2 + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$