Athénée Royal d'Uccle 1

Cours de Mathématique

$4^{ème}$ année

RÉVISION DE DÉCEMBRE

Chapitre 1

Algèbre

1. Développer et réduire

   (a) $(2x-3)^3-(4x+1)^2$

$$= \left(8x^3 - 3(2x)^2 3 + 3(2x)(3)^2 - 27\right) - \ldots$$

$$\ldots \left(16x^2 + 8x + 1\right)$$

$$= 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 - 16x^2 - 8x - 1$$

$$= 8x^3 - 52x^2 + 46x - 28$$

   (b) $x^2\cdot(3x-1)^2+(2x-4)^3$

$$= x^2\left(9x^2 - 6x + 1\right) + \left(8x^3 - 3(2x)^2 4 + 3(2x)(4)^2 - 64\right)$$

$$= 9x^4 - 6x^3 + x^2 + 8x^3 - 48x^2 + 96x - 64$$

$$= 9x^4 + 2x^3 - 47x^2 + 96x - 64$$

(c) $(x^2 - 4x + 2) \cdot (x - 3)^2 - (2x - 1)^3$

$= (x^2 - 4x + 2)(x^2 - 6x + 9) - (8x^3 - 12x^2 + 6x - 1)$

$= x^4 - 10x^3 + 35x^2 - 48x + 18 - 8x^3 + 12x^2 - 6x + 1$

$= x^4 - 18x^3 + 47x^2 - 54x + 19$

(erreur dans solution corrigée en 2022)

2. Factoriser les expressions suivantes :

(a) $x^3 + 9x^2 + 11x - 21$

div 21 : $\{\pm 1, \pm 3, \pm 7, \pm 21\}$

$P(1) = 0$

	1	9	11	-21
1		1	10	21
	1	10	21	0

$P(x) = (x-1)(\underbrace{x^2 + 10x + 21}_{Q(x)})$

$Q(-3) = 0$

	1	10	21
-3		-3	-21
	1	7	0

$P(x) = (x-1)(x+3)(x+7)$

(b) $x^3 + 3x^2 - 4$

(c) $8a^3 - b^6 - 12a^2b^2 + 6ab^4 \quad = (2a - b^2)^3$

Vérif : $8a^3 - 3(2a)^2 b^2 + 3(2a) b^4 - b^6$

$= 8a^3 - 12a^2b^2 + 6ab^4 - b^6$ ok

(d) $128a^5b - 2a^2b^4$

$= 2a^2b\,(64a^3 - b^3)$

$= 2a^2b\,(4a - b)(16a^2 + 4ab + b^2)$

(e) $8a^3 + 6a + \dfrac{3}{2a} + \dfrac{1}{8a^3} \quad = \left(2a + \dfrac{1}{2a}\right)^3$

Vérif : $8a^3 + 3(2a)^{\cancel{2}} \cdot \dfrac{1}{\cancel{2a}} + 3(2a)\left(\dfrac{1}{2a}\right)^2 + \dfrac{1}{8a^3}$

$= 8a^3 + 6a + \dfrac{6a}{4a^2} + \dfrac{1}{8a^3}$

$= 8a^3 + 6a + \dfrac{3}{2a} + \dfrac{1}{8a^3}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$

(a) $\frac{1}{3}(-x-2)+x+10=\frac{1}{6}(8-2x)+\frac{5}{3}$

$$-\cancel{\frac{1}{3}x}-\frac{2}{3}+x+10=\frac{4}{3}-\cancel{\frac{1}{3}x}+\frac{5}{3}$$

$$x=\frac{9}{3}-10+\frac{2}{3}$$

$$=\frac{19}{3}$$

$$S=\left\{\frac{19}{3}\right\}$$

(b) $\frac{7-2x}{3-4x}+\frac{1-x}{2x+3}=0$

CE $x \neq \frac{3}{4}$, $x \neq -\frac{3}{2}$

$(7-2x)(2x+3)+(1-x)(3-4x)=0$

$\Leftrightarrow -4x^2+8x+21+(-4x^2-7x+3)=0$

$\Leftrightarrow x=-3-21$

$\Leftrightarrow x=-24$

$S: \{-24\}$

(c) $\dfrac{2-3x}{x-3}+\dfrac{7x-9}{7x-4}=-2$

CE : $x \neq 3$, $x \neq \frac{4}{7}$

$\Leftrightarrow (2-3x)(7x-4)+(7x-9)(x-3) = -2(x-3)(7x-4)$

$\Leftrightarrow -21x^2+26x-8+7x^2-30x+27 = -2(7x^2-25x+12)$

$\Leftrightarrow \cancel{-14x^2}-4x+19 = \cancel{-14x^2}+50x-24$

$\Leftrightarrow 43 = 54x$

$\Leftrightarrow x = \frac{43}{54}$

$S : \left\{\frac{43}{54}\right\}$

(d) $\frac{1}{x-2} - \frac{2x}{4-x^2} = \frac{1}{x+2} - 1$

CE : $x \neq \pm 2$

$\Leftrightarrow \frac{x+2+2x}{\cancel{x^2-4}} = \frac{x-2-(x^2-4)}{\cancel{x^2-4}}$

$\Leftrightarrow 3x \cancel{+2} = -x^2 + x \cancel{+2}$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 0$

$\Leftrightarrow x(x+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \quad (A.R.) \end{cases}$

$S : \{0\}$

(e) $2x + 3 > -5x + 2$

$7x > -1$

$x > -\frac{1}{7}$

$S : \left] -\frac{1}{7} , +\infty \right.$

(f) $\frac{3x-6}{5} < \frac{5-2x}{3} + \frac{3+x}{2}$

$6(3x-6) < 5\left[2(5-2x)+3(3+x)\right]$

$18x - 36 < 5(19-x)$

$23x < 131$

$x < \frac{131}{23}$

$S : \left]-\infty, \frac{131}{23}\right[$

(g) $\dfrac{2x+1}{3}+\dfrac{1-x}{4}\geq\dfrac{2-x}{6}-\dfrac{5x+3}{2}$

$4(2x+1)+3(1-x)\geq 4-2x-6(5x+3)$

$8x+4-3x+3\geq 4-2x-30x-18$

$37x\geq -21$

$x\geq -\dfrac{21}{37}$

$S: \left[-\dfrac{21}{37}, +\infty\right.$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$

(a) $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} > -\frac{4}{3}$

$$\frac{3(x+2) - 3(x-2) + 4(x^2-4)}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

$$\frac{\cancel{3x} + 6 - \cancel{3x} + 6 + 4x^2 - 16}{D} > 0$$

$$\frac{4x^2-4}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

$$\frac{4(x-1)(x+1)}{3(x-2)(x+2)} > 0$$

x		-2		-1		1		2	
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x-2$	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
I_n	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\nexists$	$+$

$$S: -\infty, -2[\cup]-1, 1[\cup]2, +\infty$$

(b) $\dfrac{7}{x+5} + 1 \leq \dfrac{18}{x+7}$

$$\frac{7(x+7)+(x+5)(x+7)-18(x+5)}{(x+5)(x+7)} \leq 0$$

$$\frac{7x+49+x^2+12x+35-18x-90}{D} \leq 0$$

$$\frac{x^2+x-6}{D} \leq 0$$

Factorisation du numérateur

Horner : div 6 : $\{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$

$P(2)=0$

$$\begin{array}{c|cc|c} & 1 & 1 & -6 \\ 2 & & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

L'inéquation devient $\dfrac{(x-2)(x+3)}{(x+5)(x+7)} \leq 0$

x		-7		-5		-3		2	
$x-2$	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x+5$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x+7$	$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
In	$+$	$\nexists$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$	0	$+$

S: $]-7, -5[\cup [3, -2]$

(c) $\frac{7}{x} - \frac{29}{2x+5} \geq 0$

$$\frac{7(2x+5) - 29x}{x(2x+5)} \geq 0$$

$$\frac{-15x + 35}{x(2x+5)} \geq 0$$

$$\frac{5(-3x+7)}{x(2x+5)} \geq 0$$

x		$-\frac{5}{2}$		0		$\frac{7}{3}$	
$-3x+7$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
x	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$2x+5$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
I_x	$+$	$\nexists$	$-$	$\nexists$	$+$	0	$-$

$$S: -\infty, -\frac{5}{2}[\cup]0, \frac{7}{3}]$$

(d) $\dfrac{2x+1}{x^2-3x} - \dfrac{2x+3}{x^2+3x} < \dfrac{19}{x^2-9}$

$$\frac{(2x+1)(x+3)-(2x+3)(x-3)-19x}{x(x-3)(x+3)} < 0$$

$$\frac{\cancel{2x^2}+7x+3-(\cancel{2x^2}-3x-9)-19x}{D} < 0$$

$$\frac{7x+3+3x+9-19x}{x(x+3)(x-3)} < 0$$

$$\frac{-9x+12}{x(x+3)(x-3)} < 0$$

$$\frac{3(-3x+4)}{x(x+3)(x-3)} < 0$$

x		-3		0		$\frac{4}{3}$		3	
$-3x+4$	+		+		+	0	−		−
x	−		−	0	+		+		+
$x+3$	−	0	+		+		+		+
$x-3$	−		−		−		−	0	+
I_n	−	∄	+	∄	−	0	+	∄	−

$S : -\infty, -3 [\cup] 0, \frac{4}{3} [\cup] 3, +\infty$

(e) $\dfrac{3}{x-1} - \dfrac{2}{x+1} > \dfrac{2x+4}{x^2-1}$

$$\frac{3(x+1) - 2(x-1) - (2x+4)}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\frac{3x + 3 - 2x + 2 - 2x - 4}{D} > 0$$

$$\frac{-x+1}{(x-1)(x+1)} > 0$$

$$\frac{-(x-1)}{(x-1)(x+1)} > 0 \qquad \underline{CE} : x \neq 1$$

$$-\frac{1}{x+1} > 0$$

x		-1	
-1	$-$		$-$
$x+1$	$-$	0	$+$
In	$+$	$\nexists$	$-$

$S : -\infty, -1 [$

(f) $\dfrac{3}{x-2} < \dfrac{2}{x+2} + \dfrac{7x+6}{x^2-4}$

$$\frac{3(x+2) - 2(x-2) - (7x+6)}{(x-2)(x+2)} < 0$$

$$\frac{3x+6 - 2x + 4 - 7x - 6}{D} < 0$$

$$\frac{-6x+4}{D} < 0$$

$$\frac{2(-3x+2)}{(x-2)(x+2)} < 0$$

x		-2		$\frac{2}{3}$		2	
$-3x+2$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
$x-2$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
I_n	$+$	$\nexists$	$-$	0	$+$	$\nexists$	$-$

$S: \left]-2, \frac{2}{3}\right[\cup \left]2, +\infty\right[$

(g) $\dfrac{1+4x}{1-4x} \geq \dfrac{3+16x^2}{1-16x^2}$

$$\frac{(1+4x)^2 - (3+16x^2)}{(1-4x)(1+4x)} \geq 0$$

$$\frac{16x^2 + 8x + 1 - 16x^2 - 3}{D} \geq 0$$

$$\frac{8x - 2}{D} \geq 0$$

$$\frac{2(4x-1)}{D} \geq 0$$

$$\frac{-2\cancel{(1-4x)}}{\cancel{(1-4x)}(1+4x)} \geq 0 \qquad \underline{CE} \quad x \neq \frac{1}{4}$$

x		$-\frac{1}{4}$	
-2	$-$		$-$
$1+4x$	$-$	0	$+$
	$+$	$\nexists$	$-$

$S: -\infty, -\frac{1}{4}[$

5. Montrer que $(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4})^3 = 2(3\sqrt[3]{4}-3\sqrt[3]{2}-1)$

$$(\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}) = 2 - 3(\sqrt[3]{2})^2(\sqrt[3]{4}) + \dots$$

$$\dots + 3\sqrt[3]{2}(\sqrt[3]{4})^2 - 4$$

$$= 2 - 3\sqrt[3]{16} + 3\sqrt[3]{32} - 4$$

$$= -2 - 6\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{4}$$

$$= 2(3\sqrt[3]{4} - 3\sqrt[3]{2} - 1)$$

6. Ecrire sous forme de puissance de a et b ($a, b \in \mathbb{R}_0^+$). Donner la réponse sans exposant négatif et les exprimer sous forme de racines simplifiées ***et*** réduites.

(a) $a\sqrt{a}\frac{a^2\sqrt{a^{-1}}}{a^{-3}\sqrt[3]{a}}$ $= a\, a^{\frac{1}{2}}\, a^{2}\, a^{-\frac{1}{2}}\, a^{3}\, a^{-\frac{1}{3}}$

$= a^{1+\cancel{\frac{1}{2}}+2-\cancel{\frac{1}{2}}+3-\frac{1}{3}} = a^{\frac{17}{3}}$

$= \sqrt[3]{a^{17}}$

$= a^5\sqrt[3]{a^2}$

(b) $\left(\frac{\sqrt{a^{\frac{1}{3}}}a^{\frac{5}{6}}b^{-\frac{3}{4}}}{\sqrt[5]{b^2}}\right)^{-2}$ $= \left(\frac{a^{\frac{1}{6}}\, a^{\frac{5}{6}}\, b^{-\frac{3}{4}}}{b^{\frac{2}{5}}}\right)^{-2}$

$= \left(a^{\frac{1}{6}+\frac{5}{6}}\, b^{-\frac{3}{4}-\frac{2}{5}}\right)^{-2}$

$= \left(a^{1}\, b^{-\frac{23}{20}}\right)^{-2} = a^{-2}\, b^{+\frac{23}{10}}$

$= \frac{b^{\frac{23}{10}}}{a^2} = \frac{\sqrt[10]{b^{23}}}{a^2} = \frac{b^2\sqrt[10]{b^3}}{a^2}$

(c) $\left(\frac{(a^2b^{-1})^{\frac{1}{3}}aa^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{3}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}}$ $= \left(a^{\frac{2}{3}}\, b^{-\frac{1}{3}}\, a\, a^{\frac{1}{2}}\, b^{-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(a^{\frac{2}{3}+1+\frac{1}{2}}\, b^{-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= \left(a^{\frac{13}{6}}\, b^{-\frac{11}{6}}\right)^{\frac{1}{2}}$

$= a^{\frac{13}{12}}\, b^{-\frac{11}{12}} = \frac{a^{\frac{13}{12}}}{b^{\frac{11}{12}}} = a\sqrt[12]{\frac{a}{b^{11}}}$

7. Simplifier le radical suivant au maximum ; la réponse ne peut contenir que des exposants naturels et des radicaux (on suppose $a, b, c, x, y \in \mathbb{R}_0^+$)

(a) $\sqrt[5]{\dfrac{64x^8\left(ay^2\right)^{-3}}{243b^8c^6}}$ $= \left(\dfrac{64 x^8 a^{-3} y^{-6}}{243 b^8 c^6} \right)^{\frac{1}{5}}$

$$= \frac{2}{3} \; \frac{x^{\frac{8}{5}} a^{-\frac{3}{5}} y^{-\frac{6}{5}}}{b^{\frac{8}{5}} c^{\frac{6}{5}}}$$

$$= \frac{2}{3} \; \frac{x}{ybc} \sqrt[5]{\frac{2x^3}{a^3 y b^3 c}}$$

(b) $\dfrac{\sqrt[3]{32x^5b^2}}{\sqrt[4]{y^6c^4a^{-5}}}$ $= \dfrac{\left(32 x^5 b^2\right)^{\frac{1}{3}}}{\left(y^6 c^4 a^{-5}\right)^{\frac{1}{4}}}$

$$= \frac{2\left(4^{\frac{1}{3}} x^{\frac{5}{3}} b^{\frac{2}{3}}\right)}{y^{\frac{3}{2}} c \, a^{-\frac{5}{4}}}$$

$$= \frac{2ax}{yc} \cdot \frac{\sqrt[3]{4x^2b^2}\;\sqrt[4]{a}}{\sqrt{y}}$$

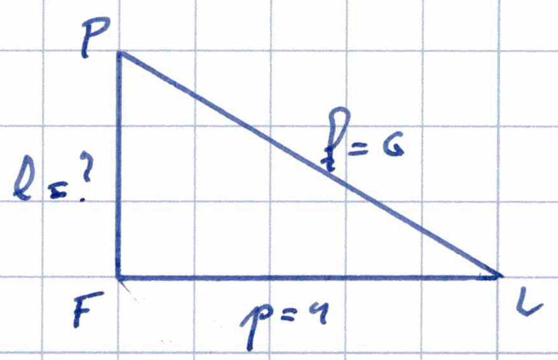
8. Calculer à l'aide de la calculatrice

$$\frac{\sqrt[3]{15} - 154^{-\frac{2}{3}}}{\left(15^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{5}}} \cong 7,3585$$

Chapitre 2

Trigonométrie

1. (a) On donne le triangle PFL rectangle en F, $f = 6$ et $p = 4$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques des angles de ce triangle ainsi que l'amplitude des angles (valeurs approchées).



$l = ?$

$f^2 = l^2 + p^2$

$\Leftrightarrow l = \sqrt{f^2 - p^2} = \sqrt{20}$

$(= 2\sqrt{5})$

$\cos P = \sin L = \dfrac{l}{f} = \dfrac{\sqrt{20}}{6} \left(= \dfrac{\sqrt{5}}{3} \right)$

$\sin P = \cos L = \dfrac{p}{f} = \dfrac{2}{3}$

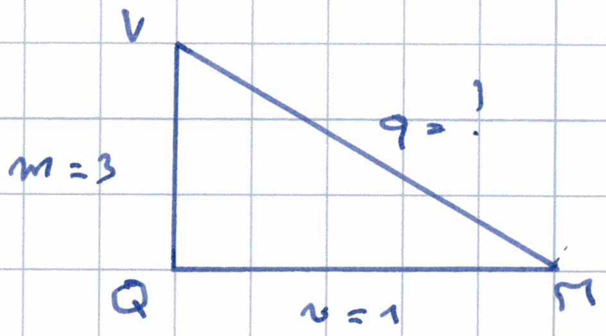
$\tan P = \dfrac{p}{l} = \dfrac{4}{\sqrt{20}} \left(= \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \right)$

$\tan L = \dfrac{l}{p} = \dfrac{\sqrt{20}}{4} \left(= \dfrac{\sqrt{5}}{2} \right)$

$P = \arcsin \dfrac{2}{3} \simeq 41,81^\circ$

$L = \arccos \dfrac{2}{3} \simeq 48,19^\circ$

(b) On donne le triangle QMV rectangle en Q, $m = 3$ et $v = 1$. Déterminer la valeur exacte des nombres trigonométriques des angles de ce triangle ainsi que l'amplitude des angles (valeurs approchées).



$$q = \sqrt{m^2 + v^2} = \sqrt{10}$$

$$\cos V = \sin M = \frac{m}{q} = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad \left(= \frac{3\sqrt{10}}{10} \right)$$

$$\sin V = \cos M = \frac{v}{q} = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \left(= \frac{\sqrt{10}}{10} \right)$$

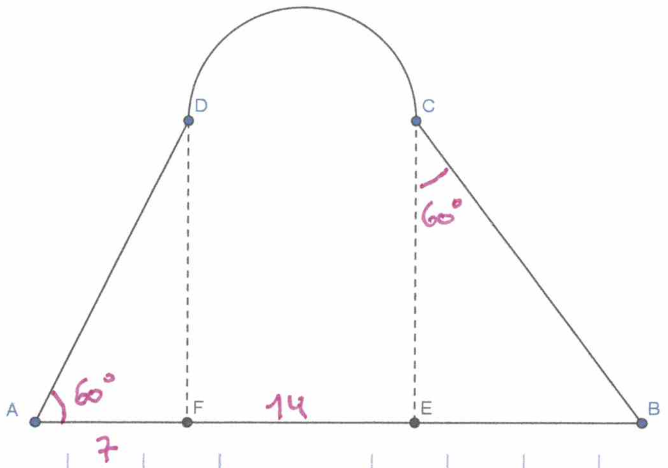
$$\tan V = \frac{v}{m} = \frac{1}{3}$$

$$\tan M = 3$$

$$V = \arctan \frac{1}{3} \simeq 18,43^\circ$$

$$M = \arctan 3 \simeq 71,57^\circ$$

2. Calculer l'aire de la figure ci-dessous.



Dans cette figure :
- $D\hat{A}F = E\hat{C}B = 60°$
- L'arc de cercle CD a un rayon de 7cm
- $AF = 7cm$

$$Aire = Aire_{ADCB} + Aire_{\frac{1}{2}\,cercle}$$

$$Aire_{ABCD} = \frac{AB + CD}{2} \cdot DF$$

Dans ADF : $\tan 60° = \frac{DF}{7} \Rightarrow DF = 7\tan 60° = EC$

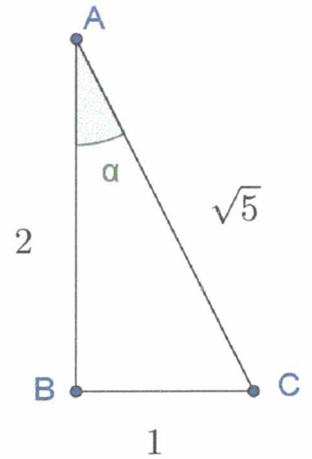
Dans CEB : $\tan 60° = \frac{EB}{EC} \Rightarrow EB = 7\tan^2 60°$

$$\Rightarrow Aire_{ABCD} = \frac{(7 + 14 + 7\tan^2 60) + 14}{2} \cdot 7\tan 60°$$

$$Aire_{\frac{1}{2}\,cercle} = \frac{\pi \cdot 7^2}{2}$$

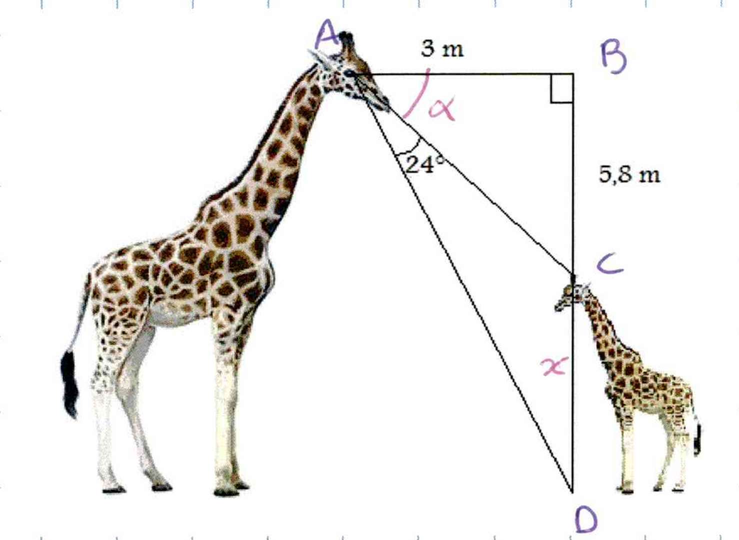
$$\Rightarrow Aire \simeq 416,45\ cm^2$$

3. Sans utiliser de calculatrice ni de rapporteur, dessiner un angle dont le cosinus vaut $\frac{2}{\sqrt{5}}$. Expliquer clairement les construction.



On dessine un segment de longueur 2 et une perpendiculaire passant par une de ses extrémité.
Par l'autre extrémité, on trace un cercle de rayon $\sqrt{5}$. L'intersection avec la perp. donne un Δ dont l'angle A a un $\cos\alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$

4. Maman girafe mesure 5 m 80. Placée à 3 m de son petit, elle le voit sous un angle de 24°. Quelle est la taille du petit ?



$AB = 3$ m $BD = 5{,}8$ m $CD = x$

- $\tan(\alpha + 24°) = \dfrac{5{,}8}{3}$ $(\Delta\ ABD)$

$\iff \alpha + 24° = \tan^{-1}(1{,}933)$

$\simeq 62{,}65°$

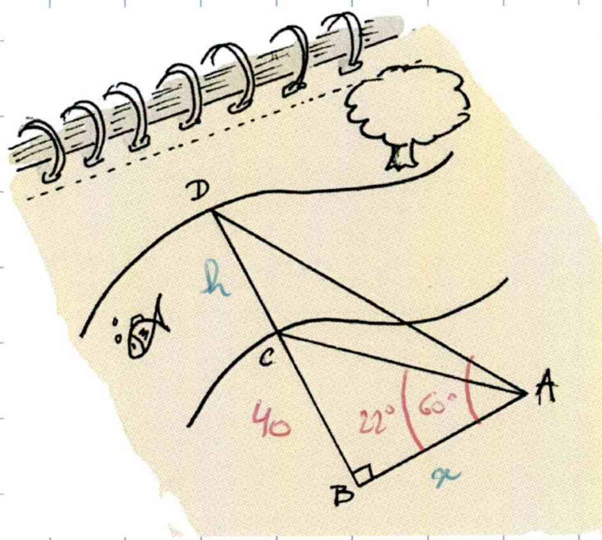
$\iff \alpha \simeq 38{,}65$

- $\tan \alpha = \dfrac{5{,}8 - x}{3}$ $(\Delta\ ABC)$

$\iff x = 5{,}8 - 3 \tan \alpha$

$\iff x \simeq 3{,}4$ m

5. Monsieur Schmitt, géomètre, doit déterminer la largeur d'une rivière. Voici le croquis qu'il a réalisé :

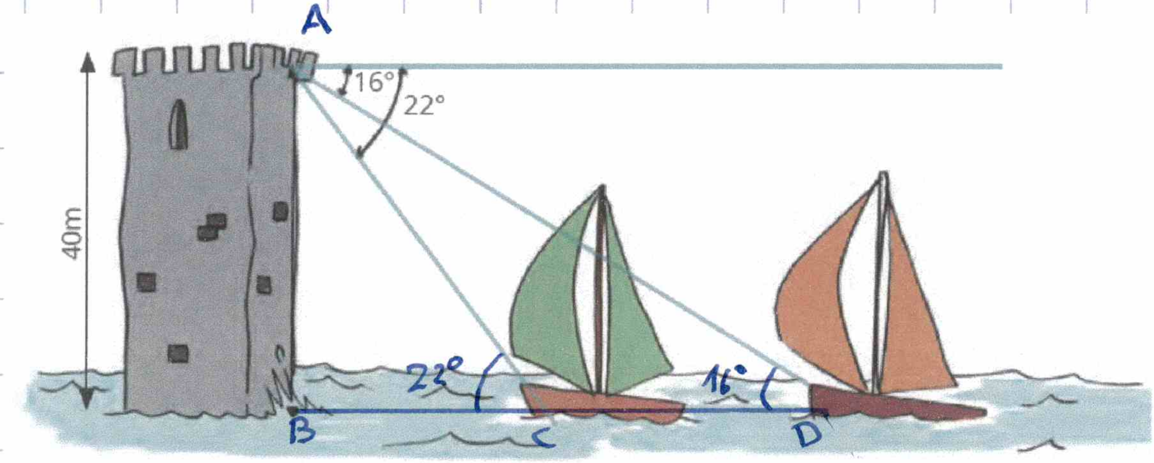


$BC = 40$ m, $\widehat{BAD} = 60°$, $\widehat{BAC} = 22°$ et $\widehat{ABD} = 90°$.
Calculer la largeur de la rivière à un mètre.

$\tan 22° = \dfrac{40}{x} \iff x \simeq 99$ m

$\tan 60° = \dfrac{h+40}{x} \iff h = x \tan 60° - 40$
$\simeq 131{,}5$ m

6. Quand on se trouve en haut d'un phare de 40 m de hauteur, on peut voir deux bateaux alignés. L'un sous un angle de 22° avec l'horizontale, l'autre, plus loin, sous un angle de 16° avec l'horizontale. Calcule la distance entre la proue (l'avant) du premier bateau et celle du second bateau. Établis un schéma de cette situation dans lequel tu indiqueras des lettres pour les différents points.



Dans ABC : $\tan 22° = \frac{40}{|BC|} \Leftrightarrow |BC| = \frac{40}{\tan 22°}$

Dans ABD : $\tan 16° = \frac{40}{|BD|} \Leftrightarrow |BD| = \frac{40}{\tan 16°}$

La distance cherchée est $d = |BD| - |BC|$

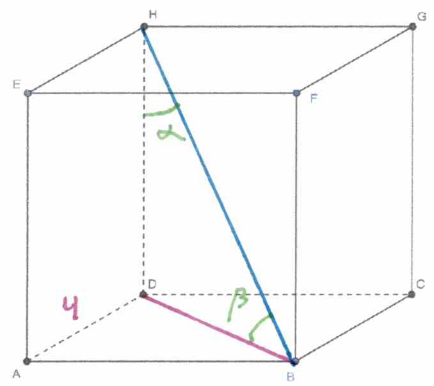
$\Rightarrow d = 139,5 - 99 = 40,5$ m

7. Soit un cube $ABCDEFGH$ de côté 4[1].

(a) Calcule $|BD|$

(b) Calcule $|BH|$

(c) Calcule les amplitudes des angles du triangle BDH.



a) ABD est rectangle en A

$\Rightarrow BD^2 = AD^2 + AB^2$ (Pyth.)

$\Rightarrow BD = 4\sqrt{2}$

b) BDH est rectangle en D

$BH^2 = BD^2 + DH^2$

$\Rightarrow BH = 4\sqrt{3}$

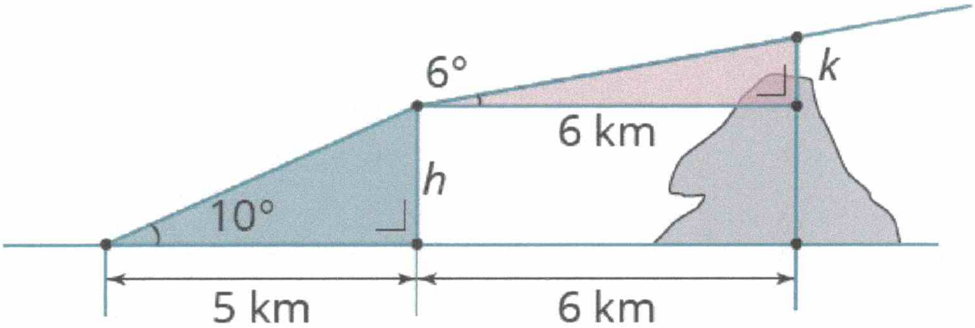
c) . $\hat{D} = 90°$

. $\cos\alpha = \dfrac{4}{4\sqrt{3}} \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) \simeq 54{,}74°$

. $\beta = 180° - 90° - 54{,}74° \simeq 32{,}26°$

1. Attention à l'ordre dans lequel on nomme les sommets !

8. Un avion s'envole sous un angle de 10° avec le sol. Au bout de 5 km, il rectifie son angle pour monter sous un angle de 6° avec l'horizontale. À 11 km du point de départ se trouve une montagne dont le point le plus haut se situe à 1 500 m d'altitude. L'avion survolera-t-il la montagne ou devra-t-il changer son orientation ?



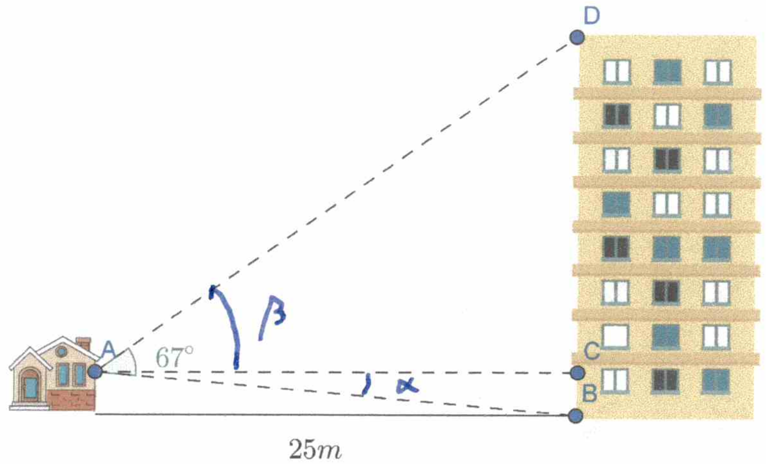
Il faut que $h + k > 1500$ m

$\tan 10 = \frac{h}{5000} \Leftrightarrow h \approx 881{,}63$ m

$\tan 6° = \frac{k}{6000} \Leftrightarrow k \approx 630{,}63$

$\Rightarrow h + k = 1512{,}26$ m (tout juste !)

9. Victor veut déterminer la hauteur du bâtiment en face de son habitation. Sur le dessin ci-dessous, tu trouveras quelques mesures qu'il a effectuées depuis sa chambre située au point A à 4m du sol. Calcule la hauteur du bâtiment.



Dans ABC : $\tan \alpha = \frac{4}{25} \Leftrightarrow \alpha = \arctan \frac{4}{25}$

$\simeq 9{,}09°$

$\Rightarrow \beta = 67 - 9{,}09 = 57{,}91°$

Dans ACD $\tan 57{,}91° = \frac{|CD|}{25}$

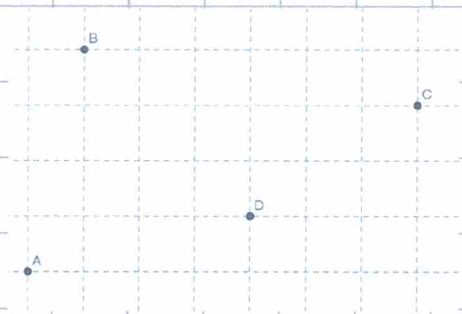
$\Leftrightarrow |CD| \simeq 39{,}87\,m$

$\Rightarrow h = 43{,}87\,m$

Chapitre 3

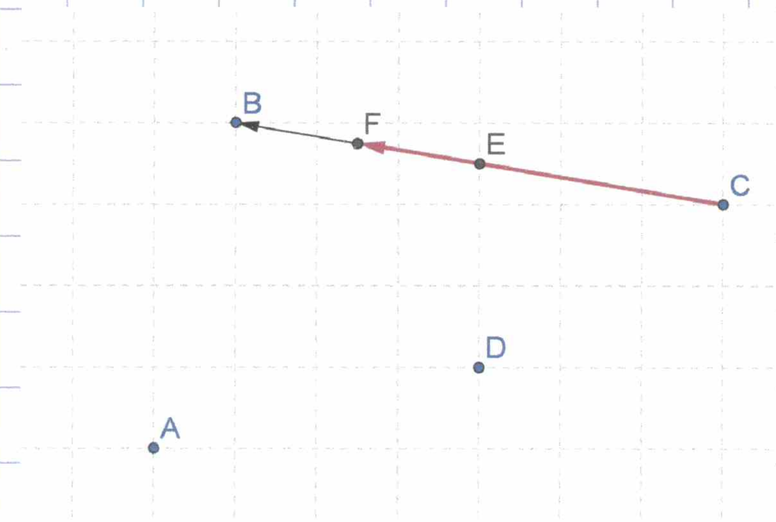
Géométrie

1. Soient les points A, B, C et D du plan représentés ci-dessus.

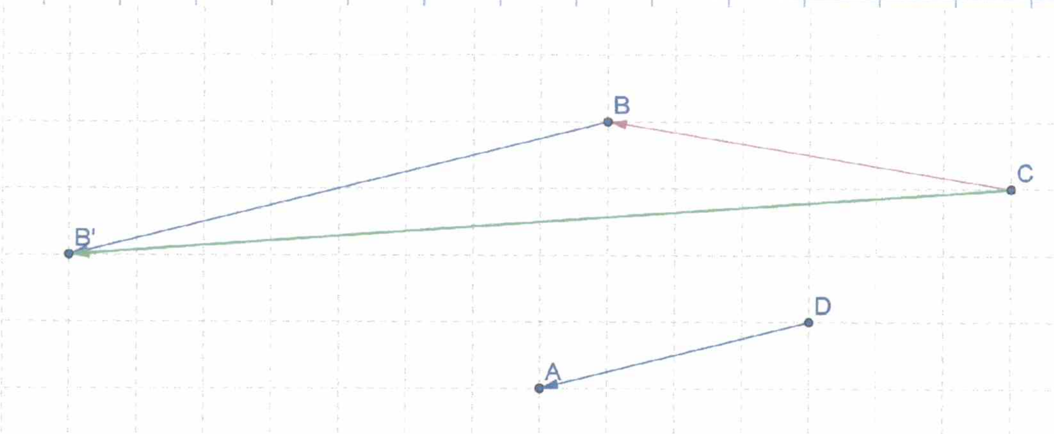


(a) Déterminer graphiquement un représentant des vecteurs suivants :

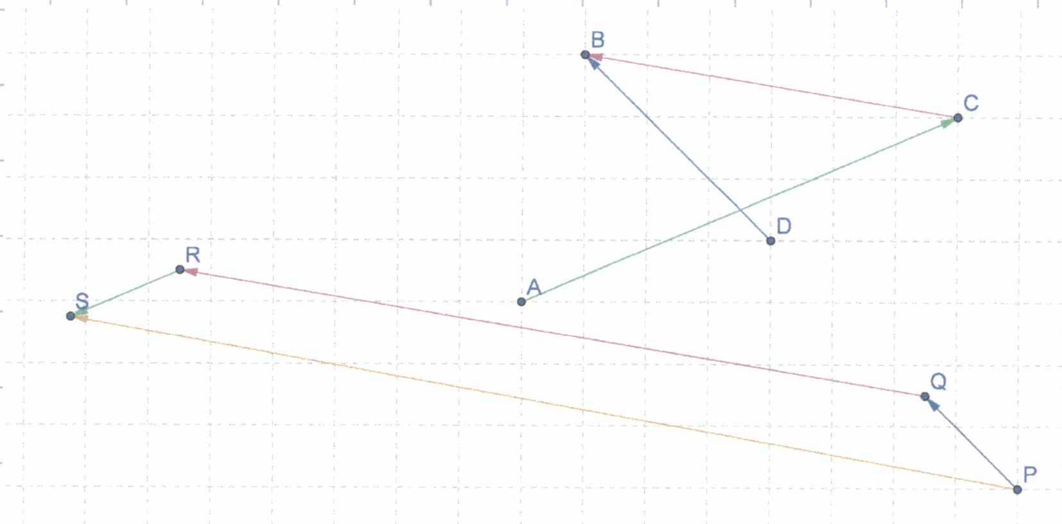
i. $-\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$



ii. $\overrightarrow{CB} - 2\overrightarrow{AD}$

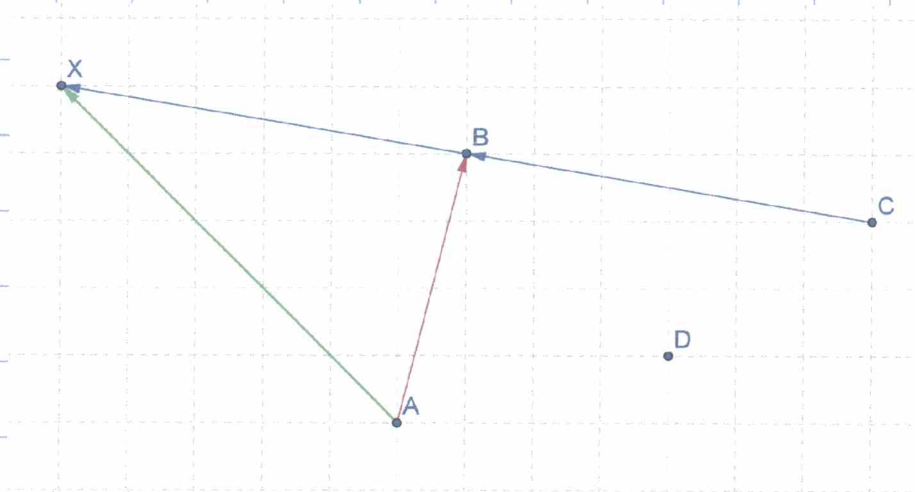


iii. $\frac{1}{2}\overrightarrow{DB} + 2\overrightarrow{CB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$



(b) Trouver le point X tel que

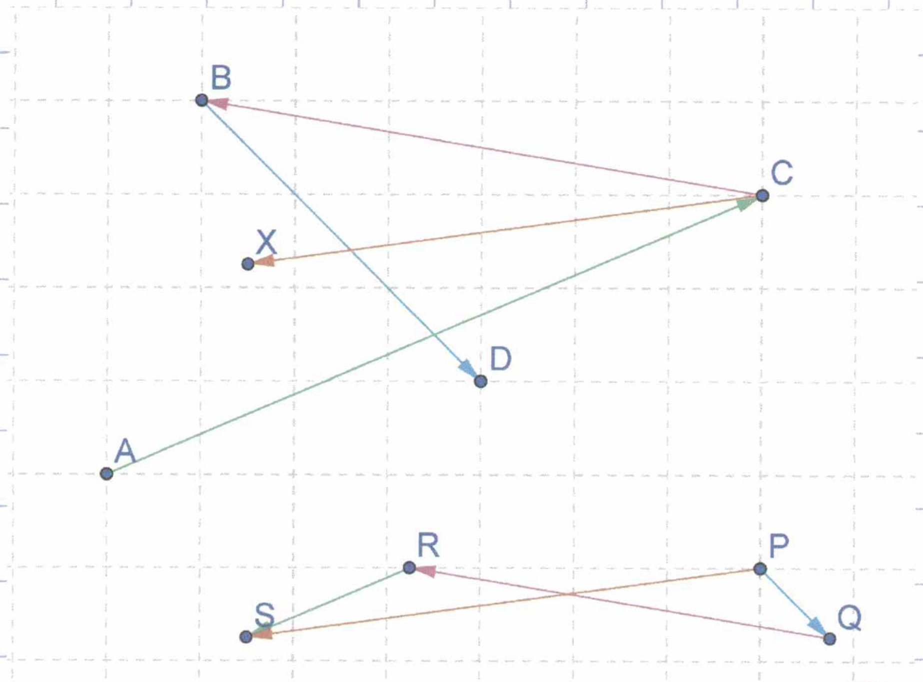
i. $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{XA} + \overrightarrow{CB}\right)$



$$\overrightarrow{AX} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AX} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \frac{1}{2}\overrightarrow{AX} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AX} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$$

ii. $\overrightarrow{CX} = \overrightarrow{BD} + 3\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{AC}$



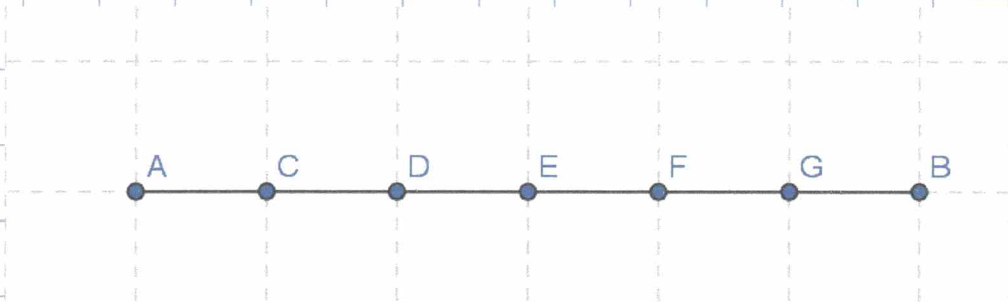
$$+3\overrightarrow{CX}$$

$$\overrightarrow{CX} = \overrightarrow{BD} + 3(\overrightarrow{XC} + \overrightarrow{CB}) - \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{CX} - 3\overrightarrow{XC} = \overrightarrow{BD} + 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$$

$$\Leftrightarrow 4\overrightarrow{CX} = \overrightarrow{BD} + 3\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA}$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{CX} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BD} + \frac{3}{4}\overrightarrow{CB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$$

2. Le segment $[AB]$ est divisé en 6 parties égales.



Compléter les relations suivantes :

(a) par la lettre qui convient :

i. $\overrightarrow{EC} = -2\overrightarrow{EF}$

ii. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{0}$

iii. $\overrightarrow{AB} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AF}$

(b) par le nombre qui convient :

i. $\overrightarrow{CE} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

ii. $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BF}$

iii. $\overrightarrow{DE} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BF}$

3. Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre I.
Compléter les relations suivantes (il ***faut*** rajouter des points pour construire ces figures) :

(a) par la lettre qui convient :

i. $\overrightarrow{AC'} = -2\overrightarrow{AI}$

ii. $\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{0}$

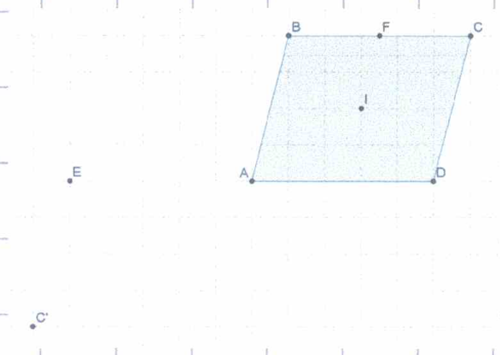
iii. $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BE}$

(b) par le nombre qui convient :

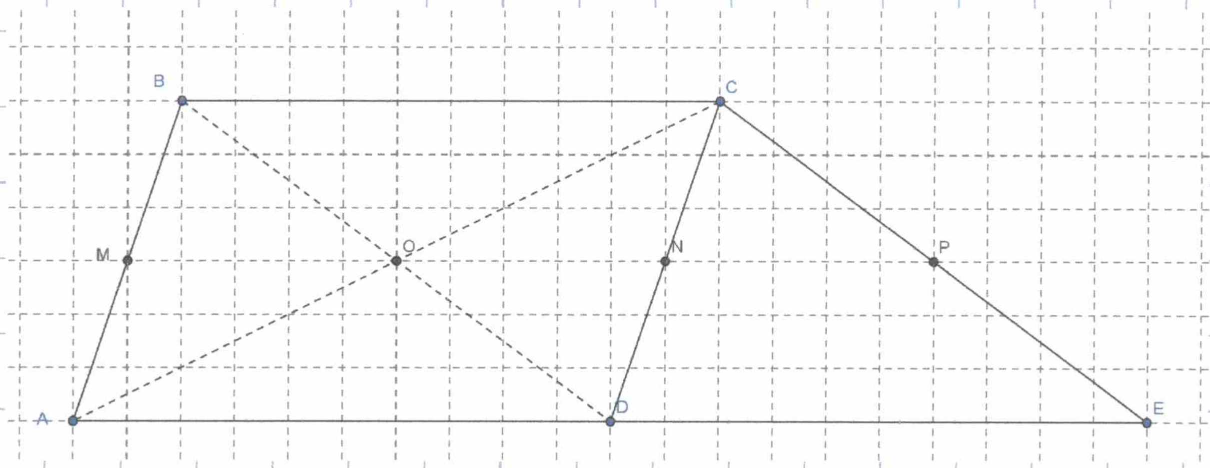
i. $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$

ii. $\overrightarrow{AI} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CA}$

iii. $\overrightarrow{BD} = -2\overrightarrow{DI}$



4. $ABCD$ et $BCED$ sont deux parallélogrammes. M, N et P sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[CD]$ et $[CE]$.



(a) Citer deux représentants du vecteur $\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{MA} = \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CN}$

(b) Compléter les égalités suivantes :

i. $\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{CO}$

ii. $\overrightarrow{EP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DB}$

iii. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{BD}$

iv. $\overrightarrow{AM} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DO}$