Rappels de 3ème : Solutions

1. Simplifier les expressions suivantes en ne laissant aucun exposant négatif $(a, b, c, x, y, z \in \mathbb{R}_0)$.

   (a) $\left(-\frac{1}{2}a^3b\right)\left(-\frac{4}{5}ab^3c\right)\left(-\frac{5}{2}a^7\right)$

   $= -\frac{20}{20}a^{11}b^4c$

   $= -a^{11}b^4c$

   (b) $\dfrac{18a^5b^{-3}}{-24a^{-2}b^7}$

   $= -\frac{3}{4}a^7b^{-10}$

   $= -\dfrac{3a^7}{4b^{10}}$

Free Plain Graph Paper from http://incompetech.com/graphpaper/plain/

(c) $\dfrac{-30x^8y^3z^4}{-0,5x^2y^5z}$

$= 60x^6 \cdot y^{-2} z^3$

$= \dfrac{60x^6z^3}{y^2}$

(d) $\dfrac{3(xy)^2z}{5ab^2} \cdot \dfrac{2ab}{xy^2} \cdot \dfrac{15z}{2}$

$= \dfrac{90}{10} x z^2 b^{-1}$

$= \dfrac{9xz^2}{b}$

(e) $(-3abc)^2 \cdot \left(\frac{1}{27}a^4b\right) 9a^4b^{12}$

$$= \frac{81}{27} a^{10} b^{15} c^{2}$$

$$= 3a^{10}b^{15}c^{2}$$

(f) $\left(-\frac{3x^{-1}}{2y}\right)\cdot\left(\frac{-7x^2y}{-3z^{-2}}\right)^2\cdot\left(\frac{14yz^{-3}}{-x^4}\right)^{-3}$

$$= +\frac{3}{2xy}\,\frac{49}{9}\,x^{4}y^{2}z^{4}\,\frac{+x^{12}z^{9}}{14^{3}y^{3}}$$

$$= \frac{147}{49392}\,x^{15}y^{-2}z^{13}$$

$$= \frac{x^{15}z^{13}}{336\,y^{2}}$$

2. (a) Développer

$$P_1(x) = (2x-3)^2 + 3(2-x)(2+x) - 2x^2(4x-1)$$

Réduire et ordonner la réponse.

$P_1(x) = 4x^2 - 12x + 9 + 3(4-x^2) - 8x^3 + 2x^2$

$= -8x^3 + 3x^2 - 12x + 21$

(b) Si

$$P_2(x) = 3x(5x^4 - 4x^3 + 7) - (2x^2 - 1)$$

déterminer la valeur de $P_2(-1)$.

$P_2(-1) = 3(-1)[5(-1)^4 - 4(-1)^3 + 7] - (2(-1)^2 - 1)$

$= -3[5 + 4 + 7] - (2 - 1)$

$= -3 \cdot 16 - 1$

$= -49$

(c) Calculer $(P(x) - Q(x)).R(x)$ et $P(x) - Q(x).R(x)$ si

$$P(x) = 3x^4 - 5x^2 + 6, \; Q(x) = 7x^2 + 3x - 1 \;\text{ et }\; R(x) = 2x - 3$$

• $[3x^4 - 5x^2 + 6 - 7x^2 - 3x + 1](2x - 3)$

$= (3x^4 - 12x^2 - 3x + 7)(2x - 3)$

$= 6x^5 - 9x^4 - 24x^3 + 30x^2 + 23x - 21$

• $3x^4 - 5x^2 + 6 - (7x^2 + 3x - 1)(2x - 3)$

$= 3x^4 - 5x^2 + 6 - (14x^3 - 15x^2 - 11x + 3)$

$= 3x^4 - 14x^3 + 10x^2 + 11x + 3$

3. Déterminer le quotient $Q(x)$ et le reste $R(x)$ de la division de $P(x)$ par $d(x)$ si :

(a) $P(x) = 10x^3 + 17x^2 - 3x - 4$ et $d(x) = 2x + 3$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
10x^3 & +17x^2 & -3x & -4 & 2x+3 \\
\cline{5-5}
-(10x^3 & +15x^2) & & & 5x^2 + x - 3 \\
\cline{1-2}
 & 2x^2 & -3x & -4 & \\
 & -(2x^2 & +3x) & & \\
\cline{2-3}
 & & -6x & -4 & \\
 & & (-6x & -9) & \\
\cline{3-4}
 & & & 5 &
\end{array}
$$

$$\frac{10x^3}{2x} = 5x^2$$

$$\frac{2x^2}{2x} = x$$

$$\frac{-6x}{2x} = -3$$

$Q(x) = 5x^2 + x - 3$

$R(x) = 5$

(b) $P(x) = x^5 - x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 4x + 5$ et $d(x) = x^2 - x - 3$

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
x^5 & -x^4 & -2x^3 & -3x^2 & +4x & +5 & x^2 - x - 3 \\
\hline
-(x^5 & -x^4 & -3x^3) & & & & x^3 + x - 2 \\
\hline
 & & x^3 & -3x^2 & +4x & +5 & \\
 & & -(x^3 & -x^2 & -3x) & & \\
\hline
 & & & -2x^2 & +7x & +5 & \\
 & & & -(-2x^2 & +2x & +6) & \\
\hline
 & & & & 5x & -1 &
\end{array}
$$

$\frac{x^5}{x^2} = x^3$

$\frac{x^3}{x^2} = x$

$-\frac{2x^2}{x^2} = -2$

$Q(x) = x^3 + x - 2$

$R(x) = 5x - 1$

(c) $P(x) = x^6 + 2x^5 - 3x^3 - 4x^2 + x + 1$ et $d(x) = x^3 - 2$

$$
\begin{array}{rl|l}
 & x^6 + 2x^5 - 3x^3 - 4x^2 + x + 1 & x^3 - 2 \\
- & (x^6 - 2x^3) & \overline{x^3 + 2x^2 - 1} \\
\hline
 & 2x^5 - x^3 - 4x^2 + x + 1 & \\
- & (2x^5 - 4x^2) & \\
\hline
 & -x^3 + x + 1 & \\
- & (-x^3 + 2) & \\
\hline
 & x - 1 &
\end{array}
$$

$$\frac{x^6}{x^3} = x^3$$

$$\frac{2x^5}{x^3} = 2x^2$$

$$-\frac{x^3}{x^3} = -1$$

$$Q(x) = x^3 + 2x^2 - 1$$

$$R(x) = x - 1$$

(d) $P(x) = 5x^6 + x^5 + x^4 - 4x^2$ et $d(x) = x^4 - 1$

$$
\begin{array}{r|l}
5x^6 + x^5 + x^4 - 4x^2 & x^4 - 1 \\
\cline{2-2}
-(5x^6 - 5x^2) & 5x^2 + x + 1 \\
\cline{1-1}
x^5 + x^4 + x^2 & \\
-(x^5 - x) & \\
\cline{1-1}
x^4 + x^2 + x & \\
-(x^4 - 1) & \\
\cline{1-1}
x^2 + x + 1 &
\end{array}
$$

$\dfrac{5x^6}{x^4} = 5x^2$

$\dfrac{x^5}{x^4} = x$

$\dfrac{x^4}{x^4} = 1$

$Q(x) = 5x^2 + x + 1$

$R(x) = x^2 + x + 1$

4. Soient les polynômes $P_1(x) = x^7 + \frac{3}{2}x^5 - 6x^4 + 3x^3 - 5x + 2$ et $P_2(x) = 2x^2 - 1$.
Déterminer le reste et le quotient de la division de $P_1(x)$ par $P_2(x)$

$$\begin{array}{rl|l}
x^7 + \frac{3}{2}x^5 - 6x^4 + 3x^3 - 5x + 2 & & 2x^2 - 1 \\
-\left(x^7 - \frac{1}{2}x^5\right) & & \frac{1}{2}x^5 + x^3 \ldots \\
2x^5 - 6x^4 + 3x^3 - 5x + 2 & & \ldots -3x^2 + 2x \ldots \\
-\left(2x^5 - x^3\right) & & \ldots -\frac{3}{2} \\
-6x^4 + 4x^3 - 5x + 2 & & \\
-\left(-6x^4 + 3x^2\right) & & \\
4x^3 - 3x^2 - 5x + 2 & & \\
-\left(4x^3 - 2x\right) & & \\
-3x^2 - 3x + 2 & & \\
-\left(-3x^2 + \frac{3}{2}\right) & & \\
-3x + \frac{1}{2} & &
\end{array}$$

$$Q(x) = \frac{1}{2}x^5 + x^3 - 3x^2 + 2x - \frac{3}{2}$$

$$R(x) = -3x + \frac{1}{2}$$

~~1~~ 5. Sans effectuer la division, déterminer le reste des divisions suivantes

(a) $(x^2 + x - 6) \div (x + 4)$

$P(-4) = 16 - 4 - 6 = 6$

(b) $(-5x^2 + 7x + 3) \div (x - 7)$

$P(7) = -245 + 49 + 3 = -193$

(c) $(x^2 - 5x + 6) \div (x - \sqrt{3})$

$P(\sqrt{3}) = 3 - 5\sqrt{3} + 6 = 9 - 5\sqrt{3}$

6. Effectuer les divisions suivantes et écrire le polynôme sous la forme $P(x) = Q(x)(x-a) + r$:

(a) $(x^3 + 2x^2 - x - 6) \div (x + 4)$

	1	2	−1	−6
−4		−4	8	−28
	1	−2	7	−34

$x^3 + 2x^2 - x - 6 =$
$(x^2 - 2x + 7)(x + 4) - 34$

(b) $(-5x^3 + 7x + 3) \div (x - 2)$

	−5	0	7	3
2		−10	−6	−26
	−5	−10	−13	−23

$(-5x^3 + 7x + 3) =$
$(-5x^2 - 10x - 13)(x - 2) - 23$

(c) $(x^4 - 1) \div (x + 1)$

	1	0	0	0	−1
−1		−1	1	−1	1
	1	−1	1	−1	0

$x^4 - 1 = (x^3 - x^2 + x - 1)(x + 1) + 0$

7. ~~5.~~ Déterminer la valeur de t pour que le reste de la division

$$(x^2 - 3x - t) \div (x - 2)$$

soit -5.

$$P(2) = -5 \iff 4 - 6 - t = -5$$
$$\iff -t = -3$$
$$\iff t = 3$$

8. ~~6.~~ Compléter

(a) $(2x + 3)(4x^2 - 6x + 9) = 8x^3 + 27$

(b) $(9x^2 + 15x + 25)(3x - 5) = 27x^3 - 125$

(c) $(11x - 6)(121x^2 + 66x + 36) = 1331x^3 - 216$

(d) $(x^3 - 2)(x^6 + 2x^3 + 4) = x^9 - 8$

(e) $(3x^3 + 2x)(9x^6 - 6x^4 + 4x^2) = 27x^9 + 8x^3$

9. ~~7.~~ Développer les expressions suivantes :

(a) $(2a + b)^3 = 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

(b) $(x - 3z)^3 = x^3 - 9x^2z + 27xz^2 - 27z^3$

(c) $\left(\frac{x}{3} - 2z\right)^3 = \frac{x^3}{27} - \frac{2x^2z}{3} + 4xz^2 - 8z^3$

(d) $\left(\frac{a}{2b} + \frac{b}{3a}\right)^3 = \frac{a^3}{8b^3} + \frac{a}{4b} + \frac{b}{6a} + \frac{b^3}{27a^3}$

(e) $(2x - 3)^3 - (4x + 1)^2 = 8x^3 - 52x^2 + 46x - 28$

(f) $x^2(3x - 1)^2 + (2x - 4)^3 = 9x^4 + 2x^3 - 47x^2 + 96x - 64$

(g) $(x^2 - 4x + 2)(x - 3)^2 - (2x - 1)^3 = x^4 - 18x^3 + 47x^2 - 54x + 19$

10. ~~8~~. Factoriser les expressions suivantes

(a) $15a^7b^2 - 10a^5b^3$

$= 5a^5b^2(3a^2 - 2b)$

(b) $y(b-a) + x(a-b)$

$= (b-a)(y-x)$

(c) $45x^3y^4z^5 + 60x^5y^2z - 90x^4y^3z^2$

$= 15x^3y^2z(3y^2z^3 + 4x^2 - 6xyz)$

(d) $5a^2(b-2) + 15a(2-b)$

$= 5a(b-2)(a-3)$

(e) $\frac{1}{9} - x^2$

$= \left(\frac{1}{3} - x\right)\left(\frac{1}{3} + x\right)$

(f) $25x^2 + 30x + 9$

$= (5x + 3)^2$

(g) $(a-1)^2 - 1$

$= (a - 1 - 1)(a - 1 + 1)$

$= a(a - 2)$

(h) $a^4 - 2a^2 + 1$

$= (a^2 - 1)^2$

$= (a-1)^2(a+1)^2$

(i) $81a^4 - 169$

$= (9a^2 - 13)(9a^2 + 13)$

(j) $49x^2 - (x - y)^2$

$= [7x - (x - y)][7x + (x - y)]$

$= (6x + y)(8x - y)$

(k) $x^5 - 8x^3 + 16x$

$= x(x^4 - 8x^2 + 16) = x(x^2 - 4)^2$

$= x(x - 2)^2(x + 2)^2$

(l) $a^4 - 2a^3 + a - 2$

$= a^3(a - 2) + (a - 2)$

$= (a - 2)(a^3 + 1)$

$= (a - 2)(a + 1)(a^2 + a + 1)$

(m) $x^2 + 3x + 2$ $\qquad P(-1) = 0$

$$\begin{array}{r|rr|r} & 1 & 3 & 2 \\ -1 & & -1 & -2 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x-2)$

(n) $2x^6 + 2 - 4x^3$

$= 2(x^6 - 2x^3 + 1)$

$= 2(x^3 - 1)^2$

$= 2(x-1)^2(x^2 + x + 1)^2$

(o) $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ $\quad P(-1) = 0$

$$\begin{array}{r|rrr|r} & 1 & 2 & -5 & -6 \\ -1 & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x^2+x-6)$ $\quad P(2) = 0$

$$\begin{array}{r|rr|r} & 1 & 1 & -6 \\ 2 & & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 3 & 0 \end{array}$$

$(x+1)(x-2)(x+3)$

(p) $x^4 - 7x^3 + 17x^2 - 17x + 6$

Horner $\rightarrow$ $P(1) = 0$

$P(2) = 0$

$P(3) = 0$

$= (x-1)^2(x-2)(x-3)$

(q) $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$

$= (2x + 3y)^3$ (à developper pour vérifier)

(r) $27x^3 - 108x^2y + 144xy^2 - 64y^3$

$= (3x - 4y)^3$

(s) $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$

$= a^2(a - b) + b^2(a - b)$

$= (a - b)(a^2 + b^2)$

(t) $0,008x^3 - 0,048x^2y + 0,096xy^2 - 0,064y^3$

$= (0,2x - 0,4y)^3$

(u) $40x^9 + 60x^6 + 30x^3 + 5$

$= 5\left(8x^9 + 12x^6 + 6x^3 + 1\right)$

$= 5\left(2x^3 + 1\right)^3$

(v) $a^6 - b^6$

$= \left(a^3 - b^3\right)\left(a^3 + b^3\right)$

$= (a-b)(a+b)\left(a^2 + ab + b^2\right)\left(a^2 - ab + b^2\right)$

(w) $x^6 - 27y^3$

$= \left(x^2 - 3y\right)\left(x^4 + 3x^2y + 9y^2\right)$

(x) $8a^3 - b^6 - 12a^2b^2 + 6ab^4$

$= \left(2a - b^2\right)^3$

(y) $128a^5b - 2a^2b^4$

$= 2a^2b\,(64a^3 - b^3)$

$= 2a^2b\,(4a - b)\,(16a^2 + 4ab + b^2)$

(z) $64a^6 + \dfrac{24a^4}{b} + \dfrac{3a^2}{b^2} + \dfrac{1}{8b^3}$

$= \left(4a^2 + \dfrac{1}{2b}\right)^3$

Ⓗ = Horner

11. Simplifier les fractions suivantes après avoir préciser les conditions d'existence :

(a) $\dfrac{x^2-4}{x+2}$ CE : $x \neq -2$

$= \dfrac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{\cancel{x+2}} = x-2$

(b) $\dfrac{x^2-6x+9}{x-3}$ CE : $x \neq 3$

$= \dfrac{(x-3)^2}{\cancel{(x-3)}} = x-3$

(c) $\dfrac{x+3}{2x^2+x-15}$ CE Ⓗ : $x \neq -3$, $x \neq \frac{5}{2}$

$= \dfrac{\cancel{x+3}}{\cancel{(x+3)}(2x-5)} = \dfrac{1}{2x-5}$

(d) $\dfrac{2x^2+3x-9}{x^2+x-6}$

CÉ : $x \neq 2$, $x \neq -3$

$$= \frac{\cancel{(x+3)}(2x-3)}{(x-2)\cancel{(x+3)}} = \frac{2x-3}{x-2}$$

(e) $\dfrac{x^2+5x+4}{3x^2+10x-8}$

CÉ : $x \neq -4$, $x \neq \frac{2}{3}$

$$= \frac{(x+1)\cancel{(x+4)}}{\cancel{(x+4)}(3x-2)} = \frac{x+1}{3x-2}$$

(f) $\dfrac{x^2-4}{2x+x^2}$ CE: $x \neq 0$, $x \neq -2$

$$= \frac{(x-2)\cancel{(x+2)}}{x\cancel{(2+x)}} = \frac{x-2}{x}$$

(g) $\dfrac{x^2+3}{x^2}$ CE $x \neq 0$

$$= \frac{x^2+3}{x^2}$$

(h) $\dfrac{x^3+5x^2+6x}{x^3+2x^2-3x}$ (M) CE: $x \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -3$

(M)
$$= \frac{\cancel{x}(x+2)\cancel{(x+3)}}{\cancel{x}(x-1)\cancel{(x+3)}} = \frac{x+2}{x-1}$$

12. Simplifier les fractions suivantes après avoir préciser les conditions d'existence :

(a) $\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{-3x}{x-2}$ CE : $x \neq -1$, $x \neq 2$

$$= \frac{x^2-2x-3x^2-3x}{(x+1)(x-2)} = \frac{-x^2-5x}{(x+1)(x-2)}$$

(b) $\dfrac{x-1}{x+1}-\dfrac{x+1}{x-1}$ CE : $x \neq \pm 1$

$$= \frac{(x-1)^2-(x+1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x^2-2x+1-x^2-2x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{-4x}{(x-1)(x+1)}$$

(c) $\dfrac{3}{x-2}-\dfrac{2}{2x+5}$ CE : $x \neq 2$; $x \neq -\frac{5}{2}$

$$= \frac{3(2x+5)-2(x-2)}{(x-2)(2x+5)} = \frac{6x+15-2x+4}{(x-2)(2x+5)} = \frac{4x+19}{(x-2)(2x+5)}$$

(d) $\dfrac{5x+1}{x-1}+\dfrac{3}{2(x-1)}$ CE : $x \neq 1$

$$= \frac{2(5x+1)+3}{2(x-1)} = \frac{10x+2+3}{2(x-1)} = \frac{10x+5}{2(x-1)}$$

(e) $\dfrac{3x}{x^2-1}-\dfrac{4}{x+1}$ CE : $x \neq \pm 1$

$$= \frac{3x-4(x-1)}{x^2-1} = \frac{-x+4}{x^2-1}$$

(f) $\dfrac{5}{x^2-2x+1}-\dfrac{2}{x^2-4x+4} = \dfrac{5}{(x-1)^2}-\dfrac{2}{(x-2)^2}$ CE : $x \neq 1$, $x \neq 2$

$$= \frac{5(x^2-4x+4)-2(x^2-2x+1)}{(x-1)^2(x-2)^2}$$

$$= \frac{3x^2-16x+18}{(x-1)^2(x-2)^2}$$

(g) $\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{2x^2}{x^2-1}$ CE : $x \neq \pm 1$

$$= \frac{x(x+1)-x(x-1)+2x^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{2x^2+2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x\cancel{(x+1)}}{(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{2x}{x-1}$$

(h) $\dfrac{3x-1}{x^2-2x-8}-\dfrac{2}{x+2}$ (h) $= \dfrac{3x-1}{(x-4)(x+2)}-\dfrac{2}{(x+2)}$ CE : $x \neq 4$, $x \neq -2$

$$= \frac{3x-1-2(x-4)}{(x-4)(x+2)} = \frac{x+7}{(x-4)(x+2)}$$

(i) $\dfrac{1}{x^2-2x+1}-\dfrac{2}{x^2-1}+\dfrac{1}{x^2+2x+1}$ CE : $x \neq 1$, $x \neq -1$

$$= \frac{1}{(x-1)^2}-\frac{2}{(x-1)(x+1)}+\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$= \frac{(x+1)^2-2(x-1)(x+1)+(x-1)^2}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$$= \frac{x^2\cancel{+2x}+1-2(x^2-1)+x^2\cancel{-2x}+1}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

$$= \frac{\cancel{2x^2}+2\cancel{-2x^2}+2}{(x-1)^2(x+1)^2} = \frac{4}{(x-1)^2(x+1)^2}$$

1 3. Simplifier les fractions suivantes après avoir préciser les conditions d'existence :

(a) $\frac{x+3}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x+2}{x^2+7x+12}$

CE (1) : $x \neq -2$, $x \neq -1$, $x \neq -3$, $x \neq -4$

(1)
$$= \frac{\cancel{x+3}}{(x+1)(\cancel{x+2})} \cdot \frac{\cancel{x+2}}{(\cancel{x+3})(x+4)}$$

$$= \frac{1}{(x+1)(x+4)}$$

(b) $\frac{x+3}{x-5} \cdot \frac{x^2-3x-10}{x^2+4x+3}$

CE (1) : $x \neq 5$, $x \neq -3$, $x \neq -1$

(1)
$$= \frac{\cancel{x+3}}{\cancel{x-5}} \cdot \frac{(\cancel{x-5})(x+2)}{(\cancel{x+3})(x+1)} = \frac{x+2}{x+1}$$

(c) $\frac{x^2-x}{x^2-1}\cdot\frac{x^2+3x+2}{x^2-4}$

CE : $x \neq \pm 1$, $x \neq \pm 2$

(1) $= \frac{x\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}\cancel{(x+1)}}\cdot\frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+2)}}{(x-2)\cancel{(x+2)}}$

$= \frac{x}{x-2}$

(d) $\frac{2x^2-7x-15}{3x^2-15x}\cdot\frac{x^2}{2x^2+3x}$

(1) $= \frac{\cancel{(x-5)}\cancel{(2x+3)}}{3\cancel{x}\cancel{(x-5)}}\cdot\frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x}\cancel{(2x+3)}}$

CE : $x \neq 0$, $x \neq 5$
$x \neq -\frac{3}{2}$

$= \frac{1}{3}$

(e) $\frac{x+1}{x^2+3x}\div\frac{x^2+2x+1}{x^2+4x+3} = \frac{x+1}{x^2+3x}\cdot\frac{x^2+4x+3}{x^2+2x+1}$

CE : $x \neq 0$, $x \neq -3$, $x \neq -1$

(1) $= \frac{\cancel{x+1}}{x\cancel{(x+3)}}\cdot\frac{\cancel{(x+1)}\cancel{(x+3)}}{\cancel{(x+1)^2}} = \frac{1}{x}$

(f) $\dfrac{x+2}{2x-1} \div \dfrac{3x^2+4x-4}{2x^2+5x-3}$

M

$$= \frac{\cancel{x+2}}{\cancel{2x-1}} \cdot \frac{(x+3)\cancel{(2x-1)}}{\cancel{(x+2)}(3x-2)} \qquad CE : x \neq \frac{1}{2},\ x \neq -2,\ x \neq \frac{2}{3}$$

$$= \frac{x+3}{3x-2}$$

14. Résoudre dans $\mathbb{R}$ en variant les techniques :

(a) $\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 4x+5y=9 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x+3y=7 \\ 4x+5y=9 \end{cases} \quad \begin{array}{|c|c} y & x \\ 5 & 2 \\ -3 & -1 \end{array}$$

y $\begin{cases} 10x+15y=35 \\ -12x-15y=-27 \end{cases}$

$-2x=8 \Leftrightarrow x=-4$

x $\begin{cases} 4x+6y=14 \\ -4x-5y=-9 \end{cases}$

$y=5$

$S: \{(4,5)\}$

(b) $\begin{cases} 3x - 7y = -2 \\ 4x + 6y = 5 \end{cases}$

	y	x
	6	-4
	7	3

$$\begin{aligned} 18x - 42y &= -12 \\ 28x + 42y &= 35 \\ \hline 46x &= 23 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \quad x = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} -12x + 28y &= 8 \\ 12x + 18y &= 15 \\ \hline 46y &= 23 \end{aligned}$$

$\Leftrightarrow \quad y = \frac{1}{2}$

$S: \{(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})\}$

(c) $\begin{cases} 3x - 10y = -11 \\ 4y + 5x = 23 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-11+10y}{3} & (1) \\ 4y + 5\left(\dfrac{-11+10y}{3}\right) = 23 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ \dfrac{12y - 55 + 50y}{\cancel{3}} = \dfrac{69}{\cancel{3}} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ 62y = 124 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-11+20}{3} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$$

$S : \{(3, 2)\}$

(d) $\begin{cases} 3x = 7 + y \\ 7y = 1 - 4x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 7 \quad (1) \\ 7(3x - 7) = 1 - 4x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ 21x - 49 = 1 - 4x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ 25x = 50 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$

$S : \{(2, -1)\}$

(e) $\begin{cases} x + 8y = 9 \\ 2x - 5y = -24 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 - 8y \quad (1) \\ 2(9 - 8y) - 5y = -24 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ 18 - 16y - 5y = -24 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ -21y = -42 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (1) \\ y = 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ y = 2 \end{cases}$

$S: \{(-7, 2)\}$

(f) $\begin{cases} 6x - 3y = -36 \\ 9x = -31 - 7y \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -36 \\ 9x + 7y = -31 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} x & y \\ -9 & 7 \\ 6 & 3 \end{array}$$

(*)

$$\begin{array}{r} -54x + 27y = 324 \\ 54x + 42y = -186 \\ \hline 69y = 138 \\ y = 2 \end{array}$$

(*)

$$\begin{array}{r} 42x - 21y = -252 \\ 27x + 21y = -93 \\ \hline 69x = -345 \\ x = -5 \end{array}$$

S: $\{(-5, 2)\}$

(g) $\begin{cases} \left(\dfrac{t}{3} + \dfrac{z}{2} = -3\right) \cdot 6 \\ \left(\dfrac{t}{2} - \dfrac{z}{5} = 5\right) \cdot 10 \end{cases}$

$$\iff \begin{cases} 2t + 3z = -18 \\ 5t - 2z = 50 \end{cases} \quad \begin{array}{c|c} z & t \\ 2 & \cdot\cancel{5} \\ 3 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} (*) & 4t + 6z = -36 \\ & 15t - 6z = 150 \\ \hline & 19t = 114 \\ & t = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} (*) & -10t - 15z = 90 \\ & 10t - 4z = 100 \\ \hline & -19z = 190 \\ & z = -10 \end{array}$$

$S : \{(6, -10)\}$