

Le premier degré : Solutions

1. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R}^1 :

$$(a) (*) \frac{1}{3}(-x - 11) + x - 9 = \frac{1}{6}(-5x - 9) + \frac{1}{4}(12 - 5x)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{3} - \frac{11}{3} + x - 9 = \frac{5x}{6} - \frac{3}{2} + 3 - \frac{5x}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x}{3} + x + \frac{5x}{6} + \frac{5x}{4} = -\frac{3}{2} + 3 + \frac{11}{3} + 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{-4x + 12x + 10x + 15x}{12} = \frac{-18 + 36 + 44 + 108}{12}$$

$$\Leftrightarrow 33x = 170 \quad \Leftrightarrow x = \frac{170}{33}$$

$$(b) (*) (8x + 8)x + 2x = (x - 1)(8x - 6)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{8x^2} + 8x + 2x = \cancel{8x^2} - 14x + 6$$

$$\Leftrightarrow 24x = 6 \quad \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}$$

1. Les exercices notés (*) doivent être fait, les autres serviront d'exercices supplémentaires

$$(c) (8 - 10x)(x - 3) - (-6x - 5)(x - 3) = (-4x - 2)x$$

$$\Leftrightarrow -10x^2 + 38x - 24 - (-6x^2 + 13x + 15) = -4x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow -10x^2 + 38x - 24 + 6x^2 - 13x - 15 = -4x^2 - 2x$$

$$\Leftrightarrow 38x - 13x + 6x = 24 + 15$$

$$\Leftrightarrow 27x = 39$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{13}{9}$$

$$(d) -(6x + 1)(x + 3) - 4(x + 3) = (2 - 6x)(x + 1)$$

$$\Leftrightarrow -6x^2 - 19x - 3 - 4x - 12 = -6x^2 - 4x + 2$$

$$\Leftrightarrow -19x - 4x + 4x = 2 + 3 + 12$$

$$\Leftrightarrow -19x = 17$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{17}{19}$$

$$(k) \left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{3}x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{3}x + 2$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{1}{3}x = -7$$

$$\Leftrightarrow \frac{10x}{3} = -7$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{21}{10} \quad S: \left\{ -\frac{21}{10} \right\}$$

$$(l) \frac{(x-1)^2}{2} + \frac{(x+2)(x-3)}{5} = \frac{7(x+1)(x-3)}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5(x^2 - 2x + 1) + 2(x^2 - x - 6)}{10} = \frac{7(x^2 - 2x - 3)}{10}$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 10x + 5 + 2x^2 - 2x - 12 = 7x^2 - 14x - 21$$

$$\Leftrightarrow -12x + 14x = -21 + 7$$

$$\Leftrightarrow 2x = -14$$

$$\Leftrightarrow x = -7 \quad S: \left\{ -7 \right\}$$

$$(m) \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) - x(x+1) = 3 \left(x - \frac{1}{4}\right)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{x^2} - \frac{1}{4} - \cancel{x^2} - 2 = 3x - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -x - 3x = -\frac{3}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow -4x = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{8} \quad S: \left\{ \frac{1}{8} \right\}$$

$$(n) 5 - \frac{2x+1}{2} = \frac{-3x+7}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{30 - 3(2x+1)}{\cancel{6}} = \frac{2(-3x+7)}{\cancel{6}}$$

$$\Leftrightarrow 30 - \cancel{6x} - 3 = -\cancel{6x} + 14$$

$$\Leftrightarrow 27 = 14 \quad S: \emptyset$$

3. Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R}^2 :

(a) (*) $3x - 2 > 14$

$$\Leftrightarrow 3x > 16$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{16}{3}$$

$$S :] \frac{16}{3}, +\infty$$

(b) (*) $2x + 5 \leq 7$

$$\Leftrightarrow 2x \leq 2$$

$$\Leftrightarrow x \leq 1$$

$$S : -\infty, 1]$$

2. Les exercices notés (*) doivent être fait, les autres serviront d'exercices supplémentaires

$$(c) x - 8 > 5x + 3$$

$$\Leftrightarrow -4x > 11 \quad \Leftrightarrow x < -\frac{11}{4}$$

$$S: -\infty, -\frac{11}{4}[$$

$$(d) (*) 9 + \frac{1}{3}x \geq 4 - \frac{1}{2}x$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}x \geq -5$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{6}x \geq -5 \quad \Leftrightarrow x \geq -6$$

$$S: [-6, +\infty$$

$$(e) (*) (2x - 3)(4x + 5) \leq (8x + 1)(x - 7)$$

$$\Leftrightarrow \cancel{8x^2} - 2x - 15 \leq \cancel{8x^2} - 55x - 7$$

$$\Leftrightarrow 53x \leq 8$$

$$\Leftrightarrow x \leq \frac{8}{53}$$

$$S: -\infty, \frac{8}{53}]$$

$$(f) 2x(6x + 5) < (3x - 2)(4x + 1)$$

$$\cancel{12x^2} + 10x < \cancel{12x^2} - 5x - 2$$

$$15x < -2$$

$$x < -\frac{2}{15}$$

$$S: -\infty, -\frac{2}{15} [$$

$$(g) \frac{x-7}{2} - 4x \geq 12 - 6x$$

$$\Leftrightarrow x - 7 - 8x \geq 24 - 12x$$

$$\Leftrightarrow 5x \geq 31$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{31}{5}$$

$$S: \left[\frac{31}{5}, +\infty \right)$$

$$(h) 3 - \frac{x-2}{2} + \frac{2}{3} > 3x$$

$$\Leftrightarrow 18 - 3(x-2) + 4 > 18x$$

$$\Leftrightarrow -21x > 28$$

$$\Leftrightarrow x < -\frac{28}{21} \Leftrightarrow x < -\frac{4}{3}$$

$$S: -\infty, -\frac{4}{3} [$$

$$(i) \frac{x+7}{9} - \frac{3x-2}{2} < \frac{x+4}{18} - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+14 - (27x-18)}{18} < \frac{x+4-18}{18}$$

$$\Leftrightarrow -25x + 32 < x - 14$$

$$\Leftrightarrow -26x < -46$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{46}{26}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{23}{13}$$

$$S:] \frac{23}{13}, +\infty$$

$$(j) \frac{2x-5}{6} - \frac{x+1}{3} \geq \frac{4x-1}{2}$$

$$\frac{2x-5 - 2(x+1)}{6} \geq \frac{4x-1}{2}$$

$$-7 \geq 4x - 3$$

$$-4 \geq 4x$$

$$x \leq -\frac{1}{1}$$

$$S: -\infty, -1 [$$

$$(k) (*) \frac{1}{5}(-x-12) + \frac{1}{8}(2x-12) > \frac{1}{10}(-5x-12) + \frac{1}{3}(12-3x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-24x - 288 + 30x - 180}{120} > \frac{-60x - 144 + 480 - 120x}{120}$$

$$\Leftrightarrow 186x > 804$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{804}{186}$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{134}{31}$$

$$S:] \frac{134}{31}, +\infty$$

$$(l) (*) \frac{1}{4}(-x-11) + \frac{1}{4}(7x+1) \geq \frac{1}{8}(-6x-3) + \frac{1}{8}(1-5x)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x - 22 + 7x + 1}{8} \geq \frac{-6x - 3 + 1 - 5x}{8}$$

$$\Leftrightarrow 23x \geq 18$$

$$\Leftrightarrow x \geq \frac{18}{23}$$

$$S: [\frac{18}{23}, +\infty$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} :

(a) $x(x+7) = 0$

$$\begin{cases} x = 0 \\ x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -7 \end{cases}$$

$$S : \{-7, 0\}$$

(b) $3x(x-1)(x+3) = 0$

$$\begin{cases} 3x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \quad S : \{-3, 0, 1\}$$

(c) $3 = x^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - \sqrt{3} = 0 \\ x + \sqrt{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$S : \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$$

$$(d) x^3 = x$$

$$\Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$S: \{-1, 0, 1\}$$

$$(e) 2x^2 - 32 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 16) = 0 \Leftrightarrow 2(x-4)(x+4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 0 \\ x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \end{cases}$$

$$S: \{-4, 4\}$$

$$(f) x^4 - 81 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 9)(x^2 + 9) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 3)(x^2 + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 = 0 \\ x + 3 = 0 \\ x^2 + 9 = 0 \quad \text{imp} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$S : \{ -3, 3 \}$$

$$(g) 25x^2 - 10x = -1$$

$$\Leftrightarrow 25x^2 - 10x + 1 = 0 \Leftrightarrow (5x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$S : \left\{ \frac{1}{5} \right\}$$

$$(h) 12x - 18 = 2x^2$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

$$S: \{3\}$$

$$(i) 27x^3 = 18x^2 - 3x$$

$$\Leftrightarrow 27x^3 - 18x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow 3x(9x^2 - 6x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x(3x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 0 \\ (3x - 1)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S: \left\{0, \frac{1}{3}\right\}$$

$$(l) 3(2x+3) = x(2x+3)$$

$$\Leftrightarrow 3(2x+3) - x(2x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+3)(3-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3=0 \\ 3-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

$$S: \left\{ -\frac{3}{2}, 3 \right\}$$

$$(m) 2x(x^2-1) = 3(x^2-1)$$

$$\Leftrightarrow 2x(x^2-1) - 3(x^2-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2-1)(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(2x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x+1=0 \\ 2x-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-1 \\ x=\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$S: \left\{ -1, 1, \frac{3}{2} \right\}$$

$$(n) \quad x^2(4x-1) + 9(1-4x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(4x-1) - 9(4x-1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1)(x^2-9) = 0$$

$$\Leftrightarrow (4x-1)(x-3)(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x-1=0 \\ x-3=0 \\ x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{4} \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$$

$$S: \left\{ -3, \frac{1}{4}, 3 \right\}$$

$$(o) \quad (5x+3)(x-7) = (2x+4)(7-x)$$

$$\Leftrightarrow (5x+3)(x-7) - (2x+4)(7-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (5x+3)(x-7) + (2x+4)(x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)[(5x+3) + (2x+4)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-7)(7x+7) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-7=0 \\ 7x+7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$S: \left\{ -1, 7 \right\}$$

$$(p) 9x^2(2x+5) = 6x(2x+5) - (2x+5)$$

$$\Leftrightarrow 9x^2(2x+5) - 6x(2x+5) + (2x+5) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+5)(9x^2 - 6x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x+5)(3x-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5=0 \\ (3x-1)^2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ 3x-1=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{2} \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$S : \left\{ -\frac{5}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

$$(q) 3x^3 + 4x^2 = 17x + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x^3 + 4x^2 - 17x - 6 = 0 \quad (1)$$

$$\text{div } 6 : \{ \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6 \}$$

$$P(1) \neq 0 ; P(-1) \neq 0 ; P(2) = 0$$

	3	4	-17	-6
2		6	20	6
	3	10	3	0

$$(1) \text{ devient } (x-2)(3x^2 + 10x + 3) = 0 \quad (2)$$

$$\text{div } 3 : \{ \pm 1, \pm 3 \}$$

$$P(x) \neq 0; P(-1) \neq 0, P(3) \neq 0, P(-3) = 0$$

$$\begin{array}{c|cc|c} & 3 & 10 & 3 \\ -3 & & -9 & -3 \\ \hline & 3 & 1 & 0 \end{array}$$

$$(2) \text{ deviant: } (x-2)(x+3)(3x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-2=0 \\ x+3=0 \\ 3x+1=0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \\ x=-\frac{1}{3} \end{array} \right.$$

$$S : \left\{ -3, -\frac{1}{3}, 2 \right\}$$

4. Résoudre les équations fractionnaires suivantes après avoir précisé les conditions d'existence :

$$(a) \frac{x-1}{x+5} - 4 = 0$$

$$\underline{\text{c.e.}} : x \neq -5$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1-4(x+5)}{x+5} = 0$$

$$\Leftrightarrow -3x - 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

$$S : \{-7\}$$

$$(b) \frac{2x-8}{3x^2} = 0$$

$$\text{c.e. } x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$S : \{4\}$$

$$(c) \frac{3(x-1)}{2x-3} = 1$$

$$CE \quad x \neq \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3(x-1)}{2x-3} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x - 3 - 2x + 3}{\cancel{2x-3}} = 0 \Leftrightarrow x = 0 \quad S: \{0\}$$

$$(d) \frac{1}{x} + \frac{1}{2} = 2$$

$$CE: \quad x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2+x}{\cancel{2x}} = \frac{4x}{\cancel{2x}}$$

$$\Leftrightarrow 2 = 3x$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$S: \left\{ \frac{2}{3} \right\}$$

$$(e) \frac{2}{x-9} + 1 = 0$$

$$\text{CE: } x \neq 9$$

$$\frac{2 + x - 9}{x - 9} = 0$$

$$x - 7 = 0$$

$$S: \{7\}$$

$$(f) \frac{x+1}{x-1} - 2 = \frac{2x}{x-1}$$

$$\text{CE: } x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+1-2(x-1)}{\cancel{x-1}} = \frac{2x}{\cancel{x-1}}$$

$$\Leftrightarrow -x + 3 = 2x$$

$$\Leftrightarrow 3 = 3x$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \rightarrow \text{A.R.}$$

$$S: \emptyset$$

$$(g) \frac{1}{x} - 2 + x = 0$$

$$\underline{CE} : x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1 - 2x + x^2}{x} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$S : \{1\}$$

$$(h) \frac{x}{5} - \frac{x+2}{x-2} = -\frac{4}{5}$$

$$\underline{CE} : x \neq 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x(x-2) - 5(x+2)}{\cancel{5(x-2)}} = \frac{-4(x-2)}{\cancel{5(x-2)}}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 5x - 10 = -4x + 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-6) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$S : \{-3, 6\}$$

$$(i) \frac{1}{x} - \frac{1}{10} = \frac{1}{x+5}$$

CE; $n \neq 0, n \neq -5$

$$\Leftrightarrow \frac{10(n+5) - n(n+5)}{10n(n+5)} = \frac{10n}{10n(n+5)}$$

$$\Leftrightarrow \cancel{10n} + 50 - n^2 - 5n - \cancel{10n} = 0$$

$$\Leftrightarrow -n^2 - 5n + 50 = 0$$

$$\Leftrightarrow (-n+5)(n+10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -n+5=0 \\ n+10=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=-10 \end{cases}$$

$$S: \{-10, 5\}$$

$$(j) \frac{9}{x^2+6x} - \frac{x-2}{2x+12} = \frac{1}{2x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{x(x+6)} - \frac{x-2}{2(x+6)} = \frac{1}{2x} \quad \underline{\text{CE}} \quad n \neq 0, n \neq -6$$

$$\Leftrightarrow \frac{18 - x(x-2)}{2x(x+6)} = \frac{(x+6)}{2x(x+6)}$$

$$\Leftrightarrow 18 - x^2 + 2x = x + 6$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)(x-4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+3=0 \\ x-4=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ x=4 \end{cases}$$

$$S: \{-3, 4\}$$

$$(k) \frac{x^2}{x-2} - \frac{4x}{x+2} = \frac{8x}{x^2-4}$$

$$\underline{CE} : x \neq \pm 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2(x+2) - 4x(x-2)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{8x}{\cancel{x^2-4}}$$

$$\Leftrightarrow x^3 + 2x^2 - 4x^2 + \cancel{8x} = \cancel{8x}^0$$

$$\Leftrightarrow x^3 - 2x^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x-2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \text{ (A.R)} \end{cases}$$

$$S: \{0\}$$

$$(l) \frac{1}{2} + \frac{x+1}{2x+2} = \frac{x}{3x+3}$$

$$\underline{CE} : x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x+3+3(x+1)}{\cancel{6x+6}} = \frac{2x}{\cancel{6x+6}}$$

$$\Leftrightarrow 6x+6 = 2x$$

$$\Leftrightarrow 4x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$$

$$S: \left\{-\frac{3}{2}\right\}$$

$$(m) \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2-x} = \frac{x}{x^2-x}$$

$$\underline{CE} : x \neq 0, x \neq 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2 + x - 1 - 1}{x(x-1)} = \frac{x}{x(x-1)}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{2} \quad S : \{ -\sqrt{2}, \sqrt{2} \}$$

$$(n) \frac{3x-1}{2x+8} - \frac{2x-3}{4(x+1)} = \frac{13}{40}$$

$$\underline{CE} : x \neq -4, x \neq -1$$

$$\Leftrightarrow \frac{20(3x-1)(x+1) - 10(2x-3)(x+1) - 13(x+1)(x+4)}{40(x+1)(x+4)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 20(3x^2 + 2x - 1) - 10(2x^2 + 5x - 12) - 13(x^2 + 5x + 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 40x^2 - 10x + 100 = 13x^2 + 65x + 52$$

$$\Leftrightarrow 27x^2 - 75x + 48 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 - 25x + 16 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(9x-16) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{16}{9} \end{cases}$$

$$S : \left\{ 1, \frac{16}{9} \right\}$$

$$(o) \frac{x-1}{x^2+3x} + \frac{2}{x} + \frac{9}{2x+6} = 0$$

$$\underline{CE} : x \neq -3, x \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-1) + 4(x+3) + 9x}{2x(x+3)} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2 + 4x + 12 + 9x = 0$$

$$\Leftrightarrow 15x + 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3}$$

$$S : \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$

$$(p) \frac{2x}{x-3} - \frac{5}{x} = \frac{6x}{3x-9} + \frac{2}{3x}$$

$$\underline{CE} : x \neq 0, x \neq 3$$

$$\Leftrightarrow \frac{6x^2 - 15(x-3)}{3x(x-3)} = \frac{6x^2 + 2(x-3)}{3x(x-3)}$$

$$\Leftrightarrow -15x + 45 = 2x - 6$$

$$\Leftrightarrow -17x = -51$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \rightarrow AR$$

$$S : \emptyset$$

4. Etudier le signe des fonctions suivantes :

(a) $4x^2 - 9$

zéros : $4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (2x - 3)(2x + 3) = 0$

x		$-\frac{3}{2}$		$\frac{3}{2}$	
$2x - 3$	-		-	0	+
$2x + 3$	-	0	+		+
$E(x)$	+	0	-	0	+

(b) $-(x - 1)(x + 2)$

zéros : $x = 1$ et $x = -2$

x		-2		1	
-1	-		-		-
$x - 1$	-		-	0	+
$x + 2$	-	0	+		+
$E(x)$	-	0	+	0	-

(c) $(7 - 2x)(4x^2 - 49)$

zeros $x = \frac{7}{2}$ / $4x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow (2x - 7)(2x + 7) = 0$

x		$-\frac{7}{2}$		$\frac{7}{2}$	
$7 - 2x$	+		-	0	-
$2x - 7$	-		-	0	+
$2x + 7$	-	0	+		+
$E(x)$	+	0	-	0	-

(d) $-3(4 + 3x)(x + 3)^2$

zeros: $x = -\frac{4}{3}$ et $x = -3$

x		-3		$-\frac{4}{3}$	
-3	-		-		-
$4 + 3x$	-		-	0	+
$(x + 3)^2$	+	0	+		+
$E(x)$	+	0	+	0	-

$$(e) \frac{-3x(1-2x)}{1-3x}$$

zeis N: $x=0$ d $x=\frac{1}{2}$
 D: $x=\frac{1}{3}$

x		0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
$-3x$	+	0	-	-	-
$1-2x$	+		+	+	0
$1-3x$	+		+	0	-
$E(x)$		+	0	-	+

$$(f) \frac{x^3(x-1)^2(1-x)}{2-x}$$

zeis N: $x=0$, $x=1$
 D: $x=2$

x		0	1	2	
x^3	-	0	+	+	+
$(x-1)^2$	+		+	+	+
$1-x$	+		+	0	-
$2-x$	+		+	+	0
$E(x)$		-	0	+	0

5. Résoudre les inéquations suivantes dans \mathbb{R}

(a) $4x^2 - 49 \leq 0$

$\Rightarrow (2x - 7)(2x + 7) \leq 0$

x		$-\frac{7}{2}$		$\frac{7}{2}$	
$2x - 7$	-		-	0	+
$2x + 7$	-	0	+		+
$I_n(x)$	+	0	-	0	+

$S: \left[-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right]$

(b) $\frac{(2 - 3x)(2 + 3x)}{x(16 - 9x^2)} < 0$

$\frac{(2 - 3x)(2 + 3x)}{x(4 - 3x)(4 + 3x)} < 0$

x		$-\frac{4}{3}$		$-\frac{2}{3}$		0		$\frac{2}{3}$		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$2 - 3x$	+	+	+	+	+	0	-	-	-	-	-	-
$2 + 3x$	-	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+
x	-	-	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+
$4 - 3x$	+	+	+	+	+	+	+	0	-	-	-	-
$4 + 3x$	-	0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
$I_n(x)$	-	+	+	0	-	+	+	0	-	+	+	+

$S: -\infty, -\frac{4}{3} [\cup] -\frac{2}{3}, 0 [\cup] \frac{2}{3}, \frac{4}{3} [$

$$(c) \frac{x+5}{4-5x} < \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+5}{4-5x} - \frac{1}{2} < 0 \Leftrightarrow \frac{2(x+5) - (4-5x)}{2(4-5x)} < 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x+10-4+5x}{D} < 0 \Leftrightarrow \frac{7x+6}{x(4-5x)} < 0$$

zeros N: $7x+6=0 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{7}$

D: $4-5x=0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{5}$

x	$-\frac{6}{7}$		$\frac{4}{5}$		
$7x+6$	-	0	+	+	
$4-5x$	+		+	0	-
I_n	-	0	+	+	-

\times ----- \times \times ----- \times

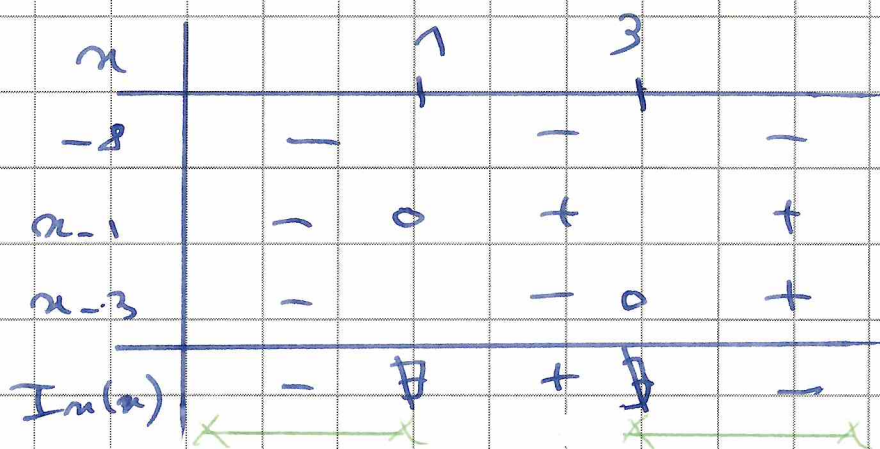
$$S: -\infty, -\frac{6}{7} [\cup] \frac{4}{5}, +\infty$$

$$(d) \quad \frac{x+3}{x-1} \leq \frac{x+1}{x-3}$$

$$\frac{x+3}{x-1} - \frac{x+1}{x-3} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 9 - (x^2 - 1)}{(x-1)(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{-8}{(x-1)(x-3)} \leq 0$$



$$S :=]-\infty, 1[\cup]3, +\infty$$

$$(e) \frac{x+5}{x-1} \leq \frac{x-3}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+5}{x-1} - \frac{x-3}{x+2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x+5)(x+2) - (x-3)(x-1)}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\cancel{x^2} + 5x + 2x + 10 - (\cancel{x^2} - 3x - x + 3)}{D} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{11x + 7}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

zeros N: $x = -\frac{7}{11}$

D: $x = -2, x = 1$

x	$-\infty$	-2	$-\frac{7}{11}$	1	$+\infty$		
N ($11x+7$)	-	-	0	+	+		
D	$x-1$	-	-	-	0	+	
	$x+2$	-	0	+	+	+	
Ineq	-	-	+	0	-	-	+

x — x — ● — x

$$S: -\infty, -2 [\cup [-\frac{7}{11}, 1 [$$

$$(f) \frac{2x-1}{x+3} > \frac{2x}{x-4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{x+3} - \frac{2x}{x-4} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x-1)(x-4) - 2x(x+3)}{(x+3)(x-4)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 - 8x - x + 4 - (2x^2 + 6x)}{(x+3)(x-4)} > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-15x + 4}{(x+3)(x-4)} > 0$$

Zeig: N : $x = \frac{4}{15}$

D : $x = -3, x = 4$

x		-3	$\frac{4}{15}$	4	
$N(-15x+4)$		+	+	0	-
$D(x+3)$		-	0	+	+
$D(x-4)$		-	-	-	0
Ineq		+	+	-	0
		+	-	0	+
		-	+	+	-
		X	X	X	X

$$S: -\infty, -3 [\cup] \frac{4}{15}, 4 [$$

$$(g) \frac{x+3}{x^2-1} \geq \frac{3}{x-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+3}{(x-1)(x+1)} - \frac{3}{x-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+3 - 3(x+1)}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2x}{(x-1)(x+1)} \geq 0$$

zéros

N: $x=0$

D: $x=1, x=-1$

x		-1	0	1	
$\vee (-2x)$		+	+	0	-
$\vee (x-1)$		-	-	-	0
$\vee (x+1)$		-	0	+	+
Imég		+	+	-	0
		+	-	0	+
		-	+	+	+
		-	+	+	+

x ————— x x ————— x

$$S: -\infty, -1 \cup [0, 1[$$

$$(X) (d) \frac{x+1}{1-x} + \frac{x-2}{x+2} \leq \frac{-6}{x-1} + \frac{15}{x^2+x-2}$$

$$x^2+x-2 = (x+2)(x-1)$$

$$\frac{-(x+1)(x+2) + (x-2)(x-1) + 6(x+2) + 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

$$\frac{-\cancel{x^2} + 3x + 2 + \cancel{x^2} - 3x + 2 + 6x + 12 + 15}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

D

$$\frac{27}{(x-1)(x+2)} \leq 0$$

x		-2	1	
$x-1$	-		-	+
$x+2$	-	0	+	+
$I_n(x)$	+	-	-	+

$$S :]-2, 1[$$

$$(i) (e) \frac{x}{2-x} < \frac{2x+10}{x^2+3x-10}$$

$$x^2+3x-10 = (x+5)(x-2)$$

$$\frac{-x(x+5) - (2x+10)}{(x+5)(x-2)} < 0$$

$$\frac{-x^2 - 5x - 2x - 10}{(x+5)(x-2)} < 0$$

D

$$\frac{-x^2 - 7x - 10}{(x+5)(x-2)} < 0$$

$$\frac{(-x-2)(\cancel{x+5})}{(\cancel{x+5})(x-2)} < 0$$

$$CE : x \neq 5$$

x		-2		2		5
$-x-2$	+	0	-	-	-	-
$x-2$	-	-	0	+	+	
$I_n(x)$	-	0	+	+	-	-

$$S : -\infty, -2 [U] 2, 5 [U] 5, +\infty$$