

Fonctions : Solutions

Manipulations graphiques de fonctions

1. Pour chacune des fonctions suivantes, on demande :

- la fonction de référence à partir de laquelle elle va être construite;
- l'(les) opération(s) algébrique(s) qui intervient(interviennent) dans la nouvelle fonction;
- si cette(ces) opération(s) agit(agissent) sur la variable (x) ou sur la fonction ($f(x)$);
- la transformation du plan associée à l'opération arithmétique

On ne demande pas de dessiner les fonctions.

(a) $f(x) = x^2 - 4$

(b) $f(x) = \frac{3}{x}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{x-3}$

(d) $f(x) = \frac{1}{5x}$

(e) $f(x) = 2(x-3)^2$

(f) $f(x) = 4x^2 + 1$

(g) $f(x) = -2x^2 + 5$

(h) $f(x) = 3 - \sqrt{2x}$

(i) $f(x) = (2-3x)^3 - 2$

(j) $f(x) = 1 - 2\sqrt{2x-1}$

N°	f(x)	Fonction de base	Op. alg	Action sur		Transformations graphiques
				x	f(x)	
1	$x^2 - 4$	x^2	-4		X	TV(4↓)
2	$\frac{3}{x}$	$\frac{1}{x}$	*3		X	EV(3)
3	$\sqrt[3]{x-3}$	$\sqrt[3]{x}$	-3	X		TH(3→)
4	$\frac{1}{5x}$	$\frac{1}{x}$	*5	X		EH($\frac{1}{5}$)
				OU		
					X	EV($\frac{1}{5}$)
5	$2(x-3)^2$	x^2	-3	X		TH(3→)
					X	EV(2)
6	$4x^2 + 1$	x^2	*4		X	EV(4)
					X	TV(1↑)
7	$-2x^2 + 5$	x^2	*2		X	EV(2)
					X	SO(Ox)
					X	TV(5↑)
8	$3 - \sqrt{2x}$	$\sqrt{x}$	*2	X		EH($\frac{1}{2}$)
					X	SO(Ox)
					X	TV(3↑)
9	$(2-3x)^3 - 2$	x^3	+2	X		TH(2←)
				X		SO(Oy)
				X		EH($\frac{1}{3}$)
					X	TV(2↓)
10	$1 - 2\sqrt{2x-1}$	$\sqrt{x}$	-1	X		TH(1→)
				X		EH($\frac{1}{2}$)
					X	SO(Ox)
					X	EV(2)
					X	TV(1↑)

2. En partant de fonction de base que l'on précisera, représenter les graphes fonctions suivantes. Préciser l'ensemble des étapes ainsi que les transformations du plan utilisées.

(a) $f(x) = x^2 + 3$

(b) $f(x) = \sqrt{x-2}$

(c) $f(x) = 2x^3$

(d) $f(x) = \frac{1}{2x}$

(e) $f(x) = 3 - 2x^2$

(f) $f(x) = 3(x-2)^2 + 1$

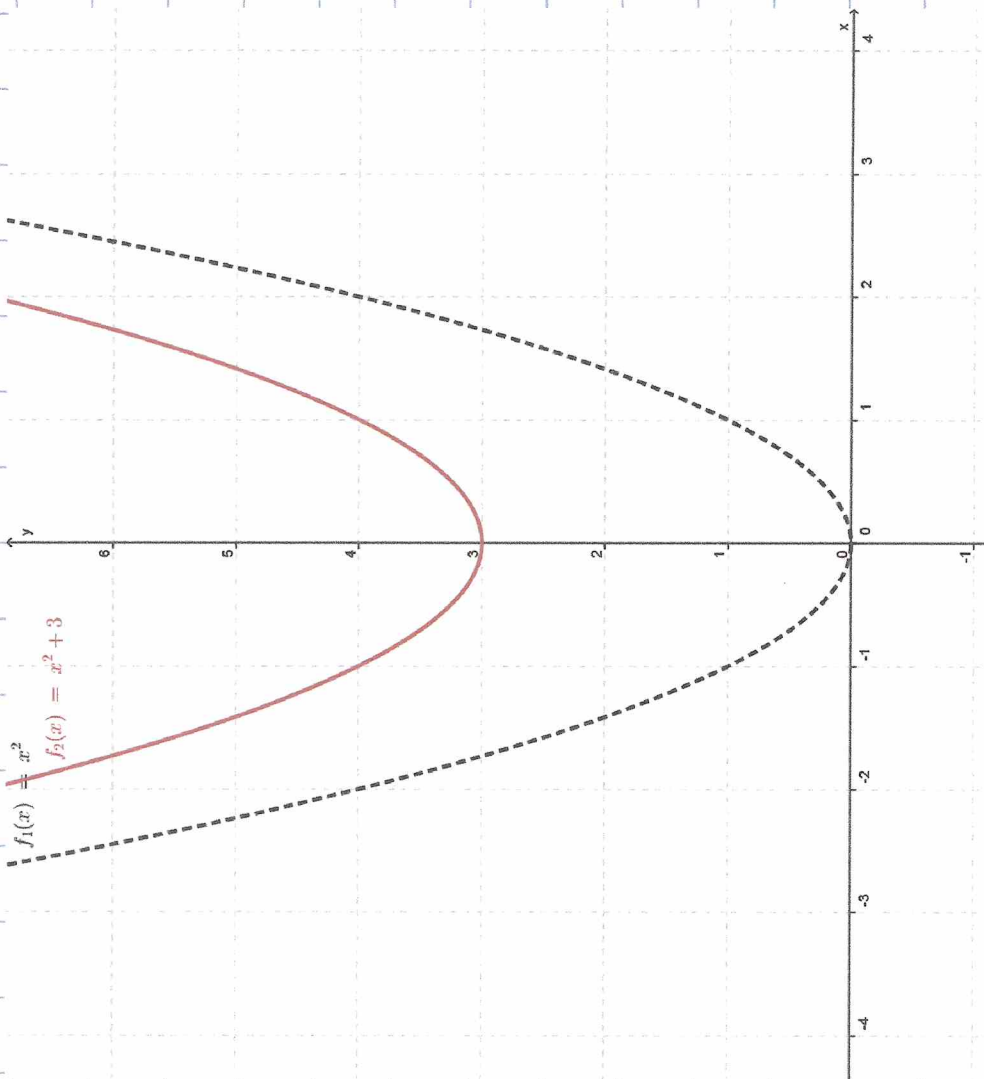
(g) $f(x) = \left(\frac{x}{2} - 1\right)^2 - 1$

(h) $f(x) = \frac{1}{2} ||x| - 1| + 3$

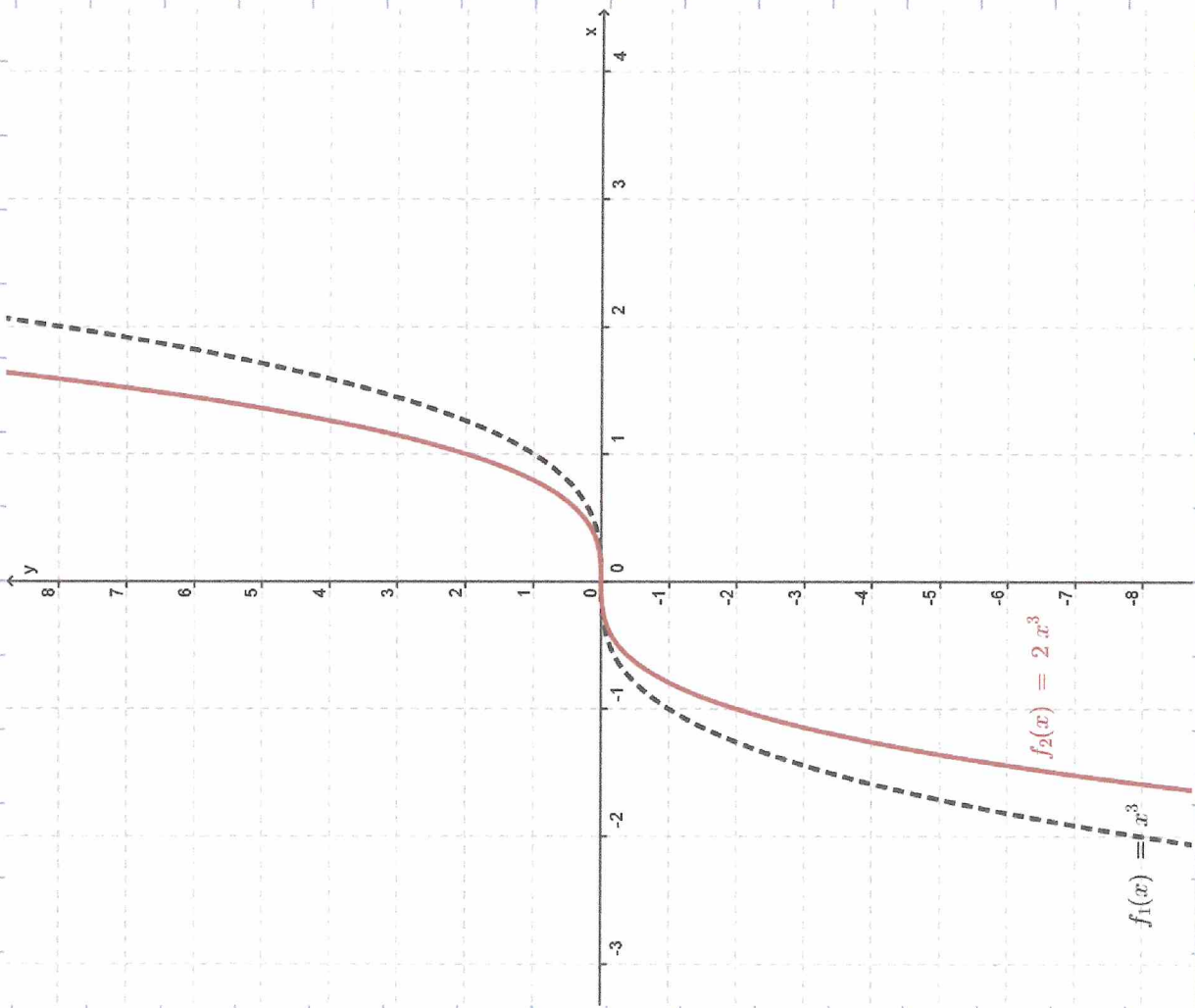
(i) $f(x) = \left| \frac{1}{2} \sqrt[3]{x-1} - 2 \right|$

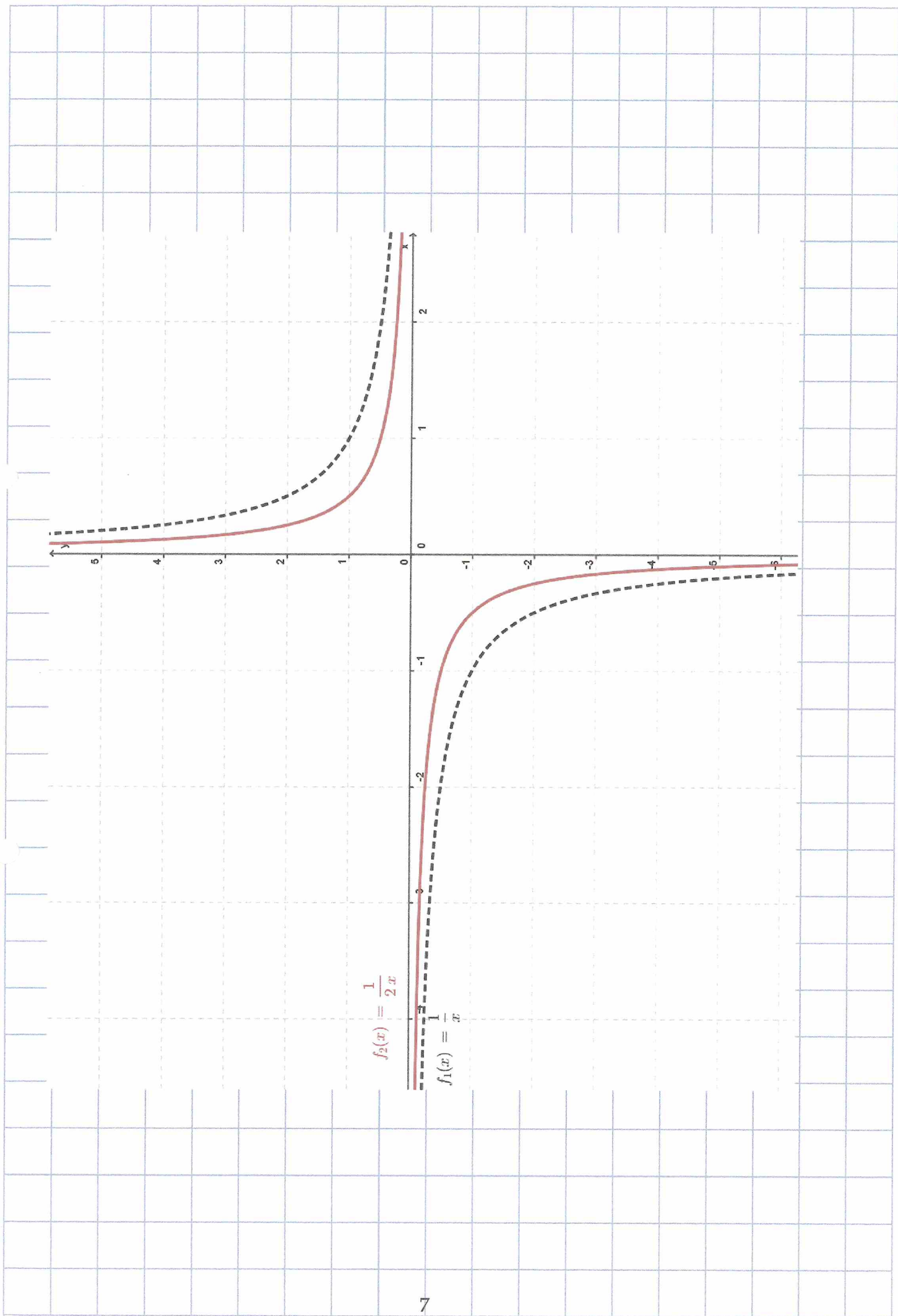
(j) $f(x) = 2|3 - \sqrt{1-2x}|$

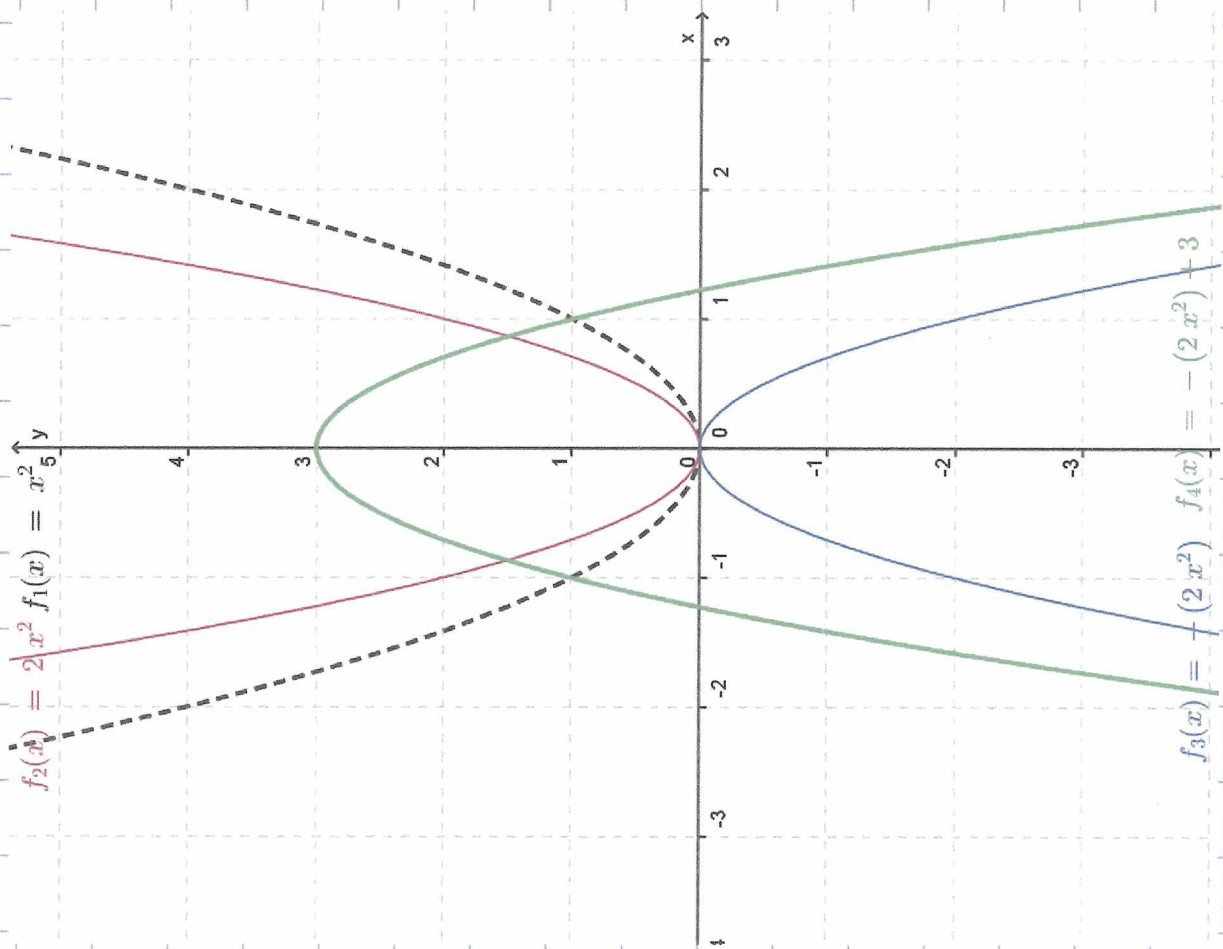
(k) $f(x) = 3 - 2(1-2x)^2$

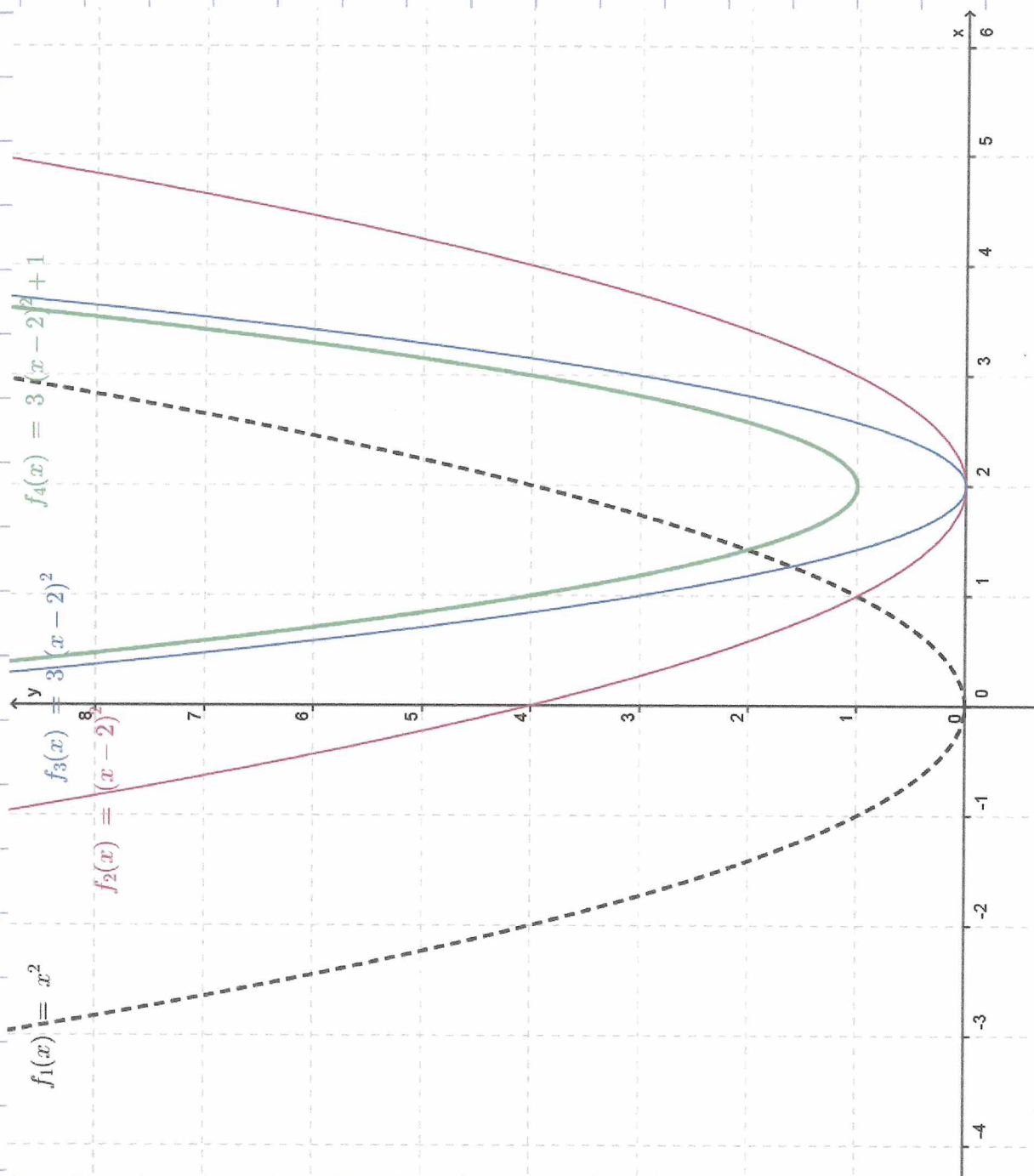


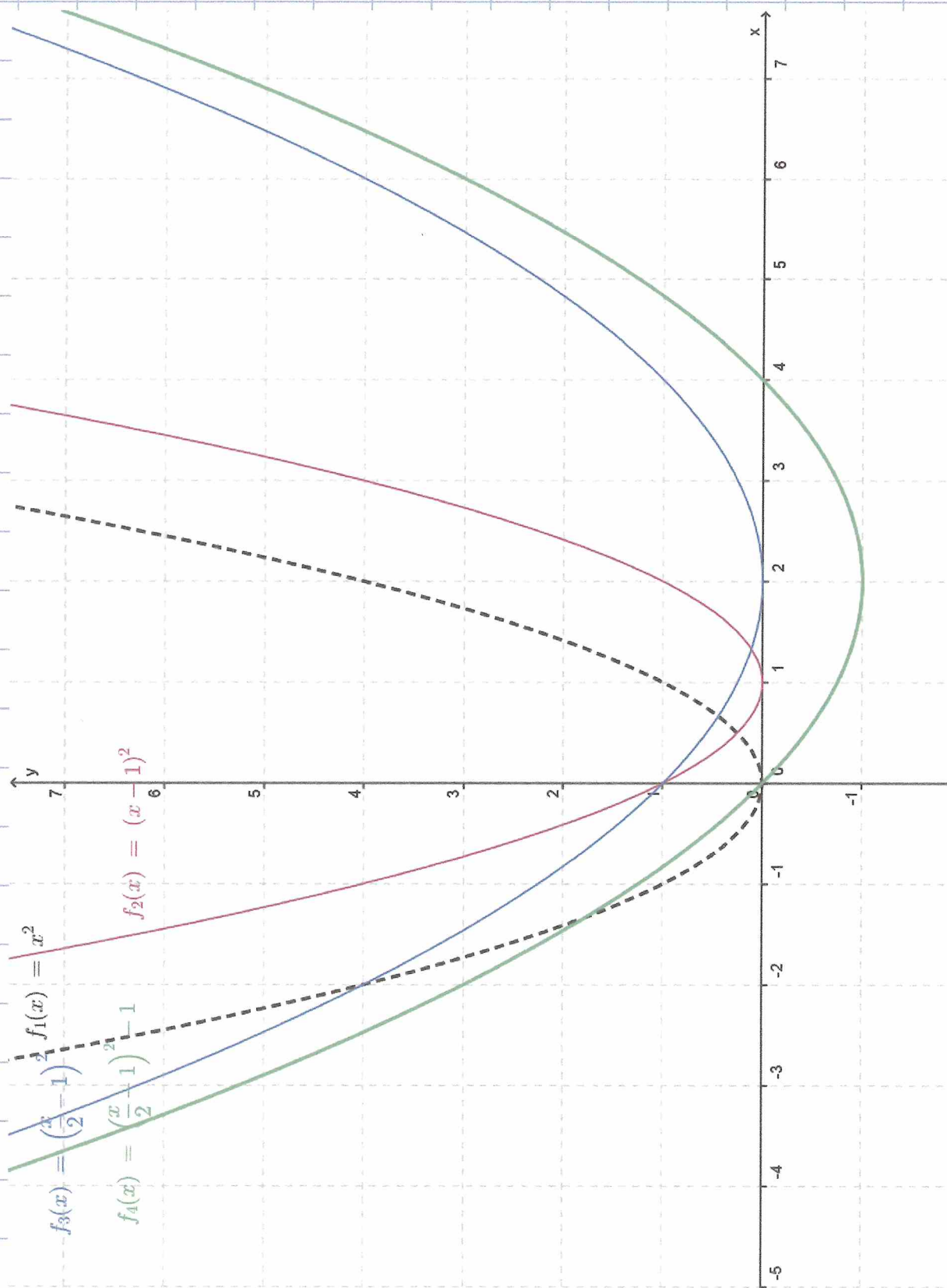


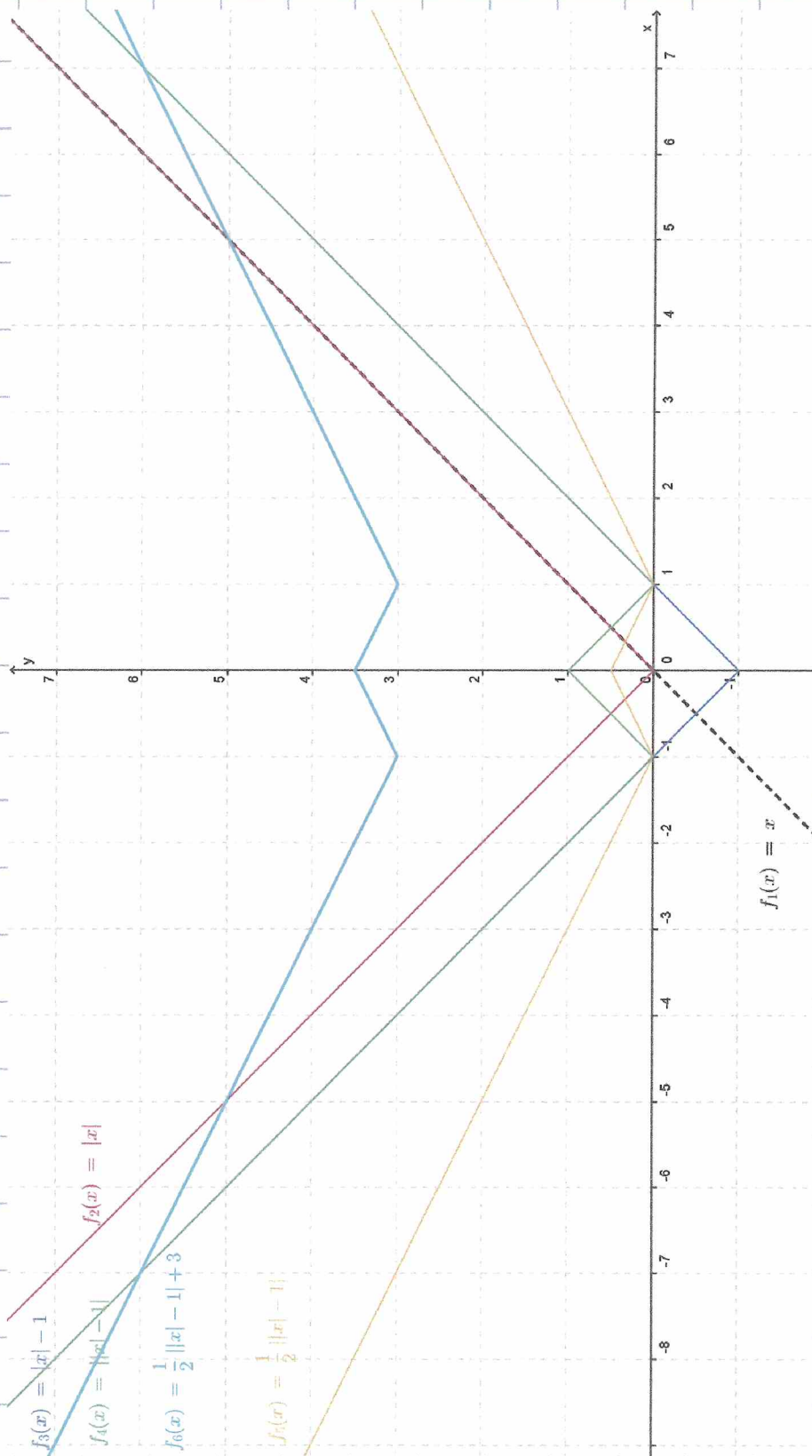












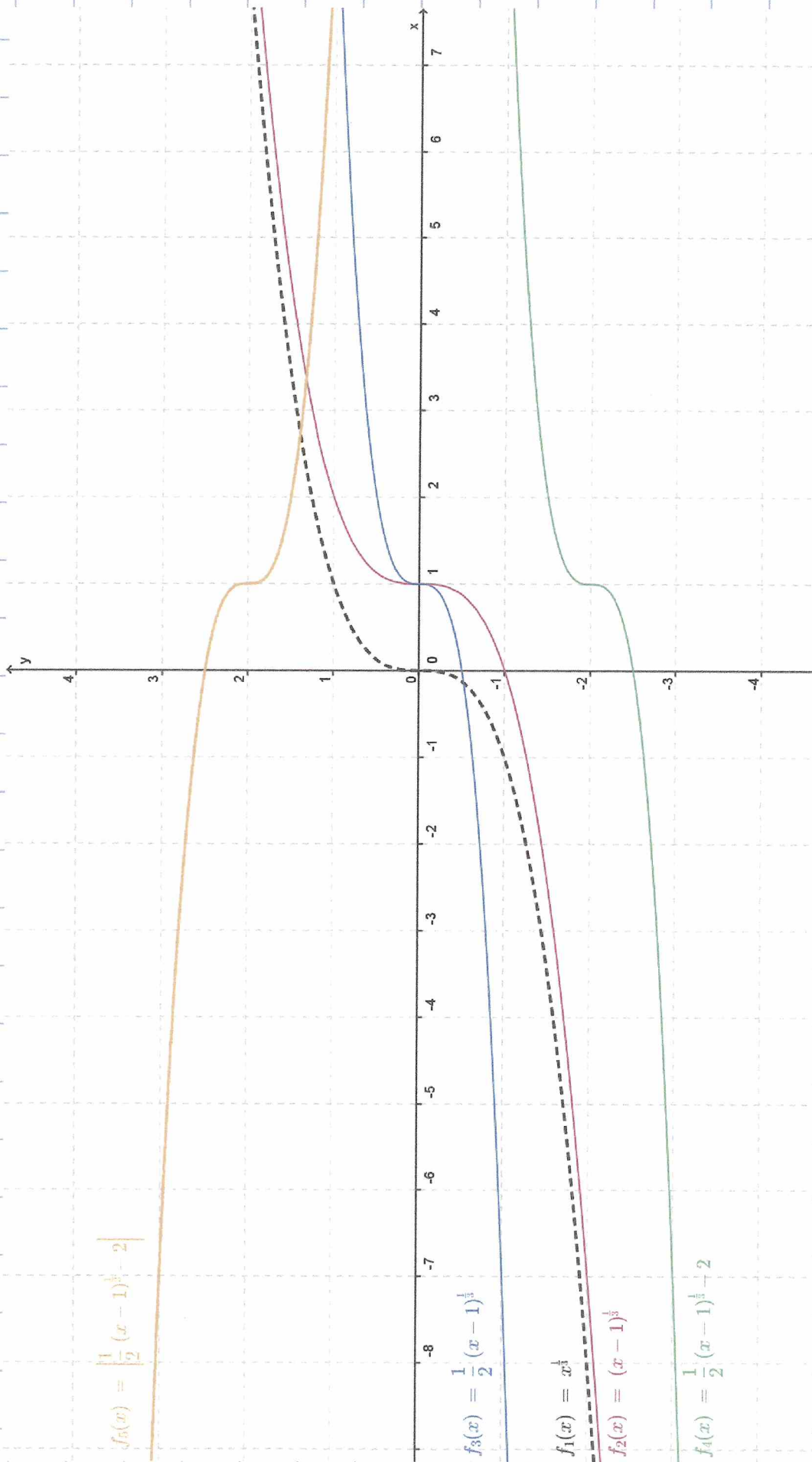
$$f_5(x) = \left[\frac{1}{2} (x-1)^{\frac{1}{5}} - 2 \right]$$

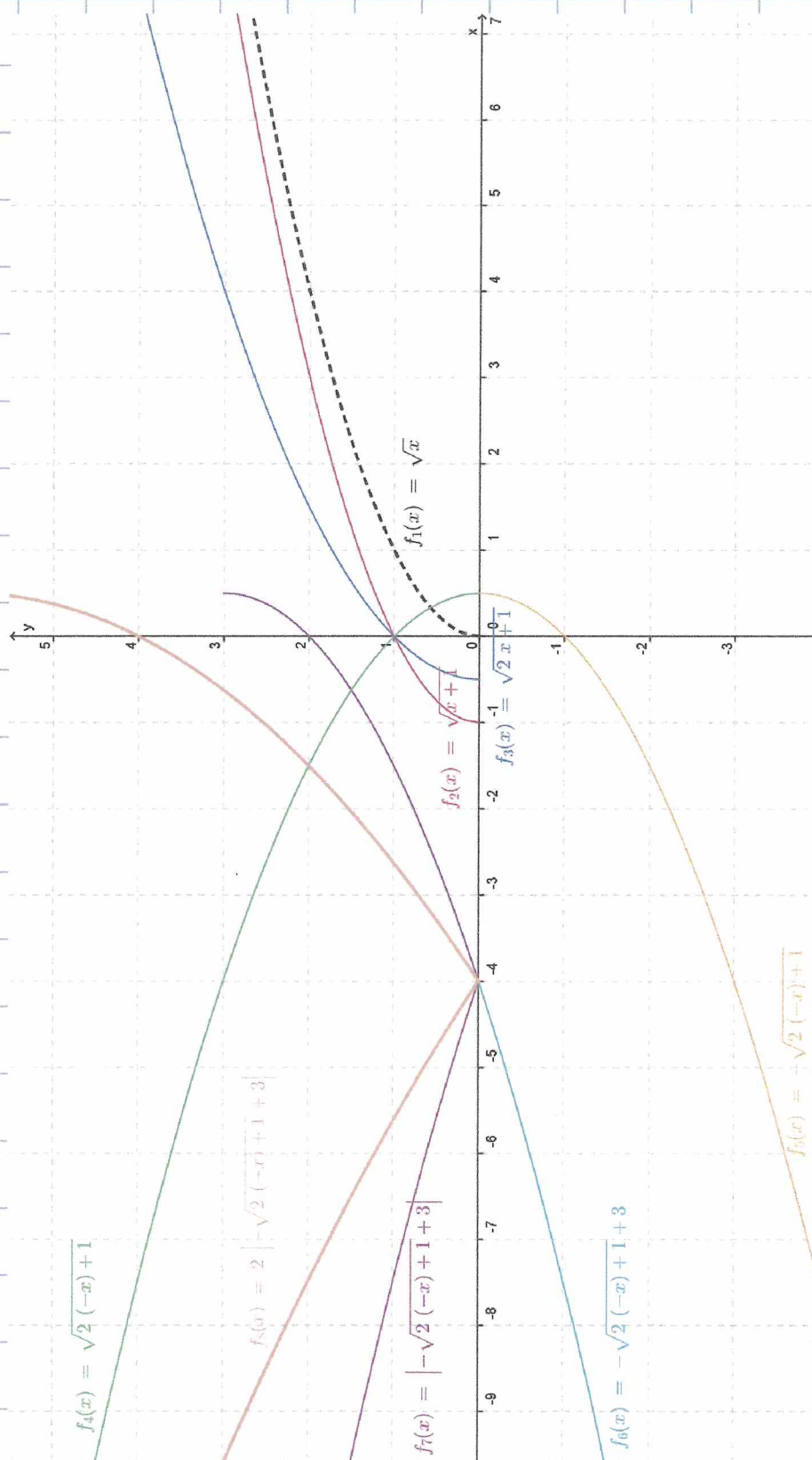
$$f_3(x) = \frac{1}{2} (x-1)^{\frac{1}{3}}$$

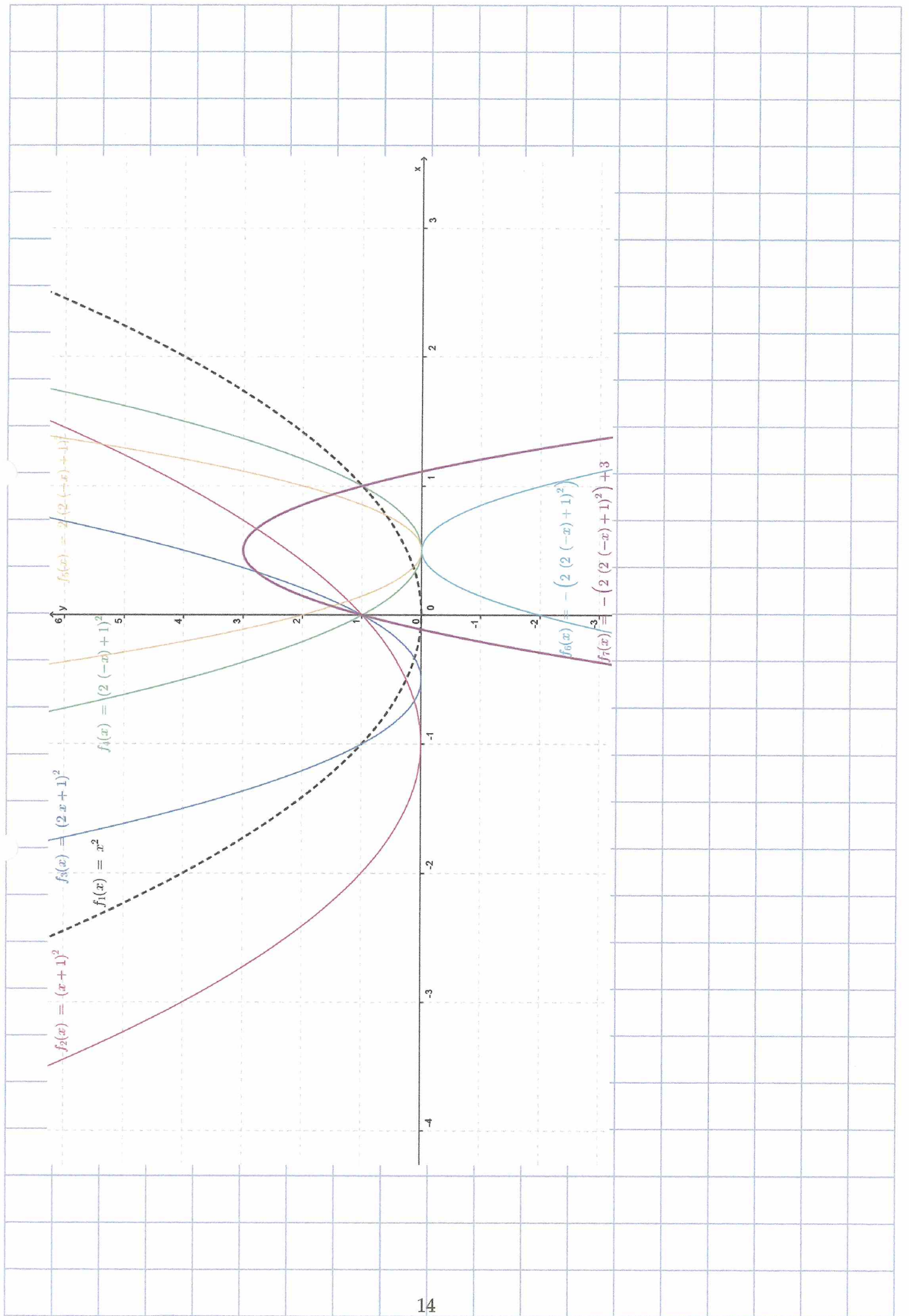
$$f_1(x) = x^{\frac{1}{3}}$$

$$f_2(x) = (x-1)^{\frac{1}{3}}$$

$$f_4(x) = \frac{1}{2} (x-1)^{\frac{1}{3}} - 2$$

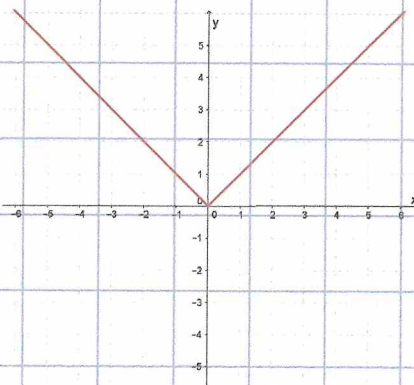
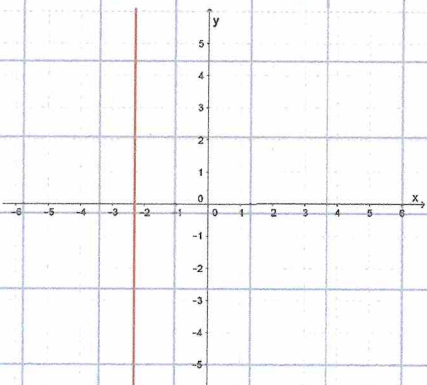
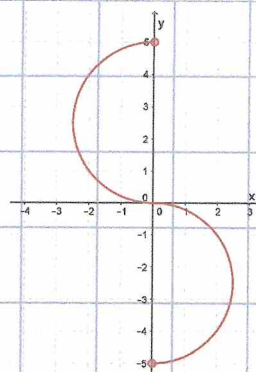
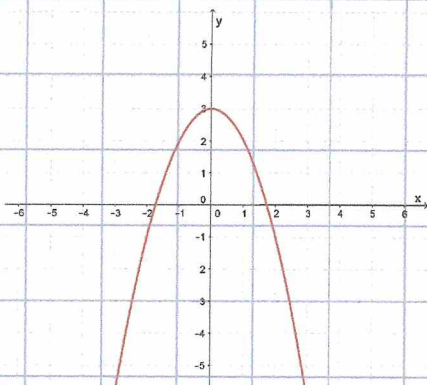
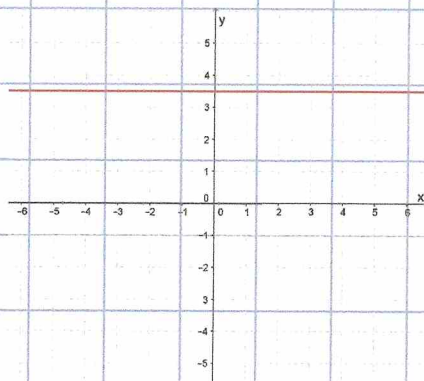
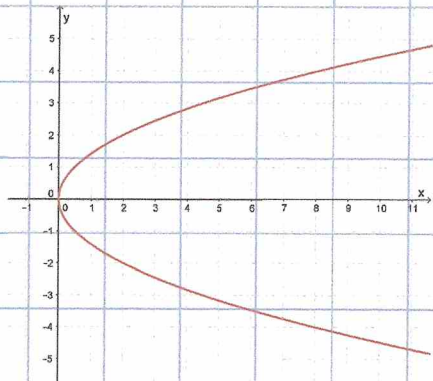






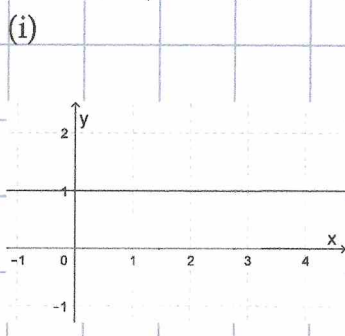
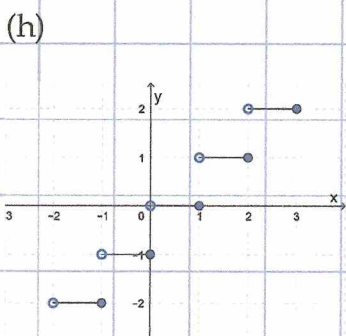
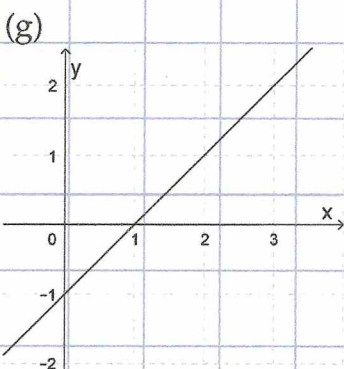
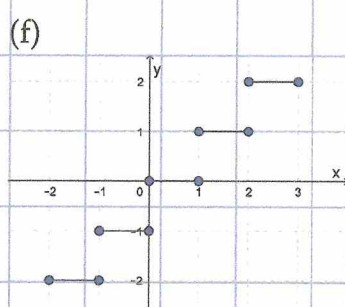
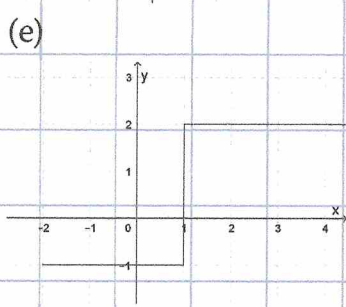
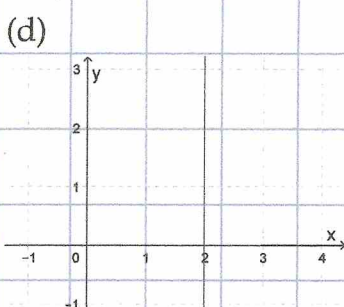
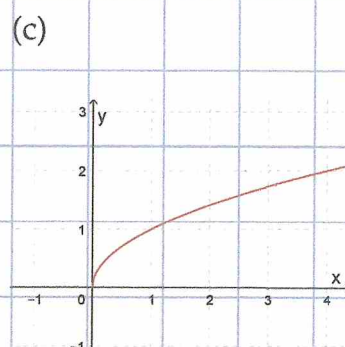
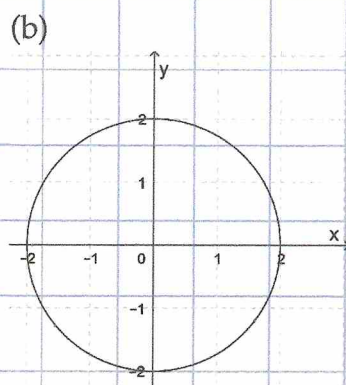
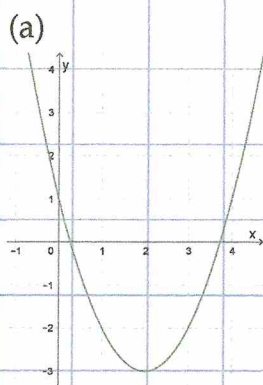
Fonctions : aspects graphiques (rappels)

1. Parmi les courbes suivantes, déterminer celles qui représentent une fonction.



Les graphes qui représentent des fonctions sont les graphes 2, 3 et 6 (de gauche à droite et de haut en bas)

2. Tous les graphiques suivants représentent des relations. Parmi ceux-ci, quels sont ceux qui représentent une fonction?

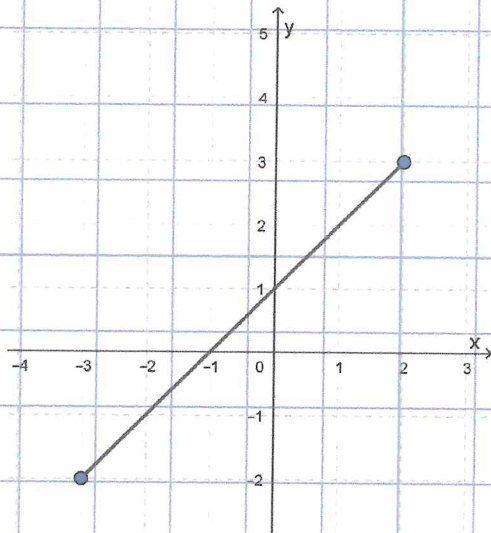


(a) oui
(b) non
(c) oui

(d) non
(e) non
(f) non

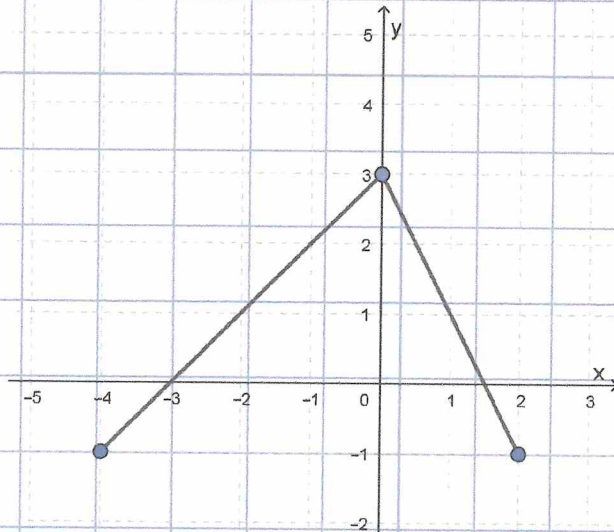
(g) oui
(h) oui
(i) oui

3. (a)



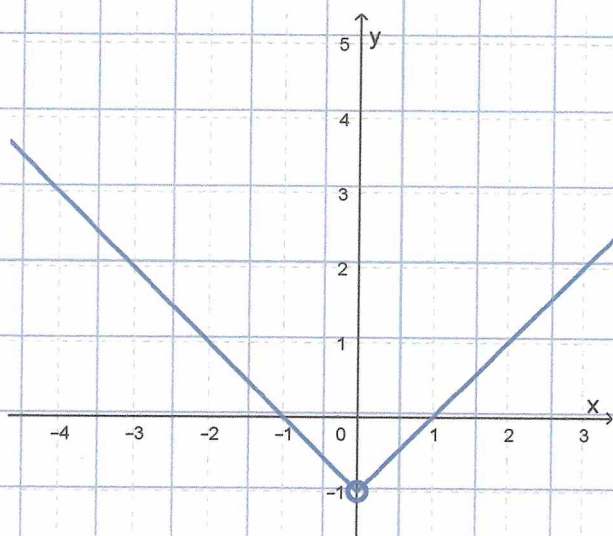
- $dom_f : [-3, 2]$
- $im_f : [-2, 3]$
- Zéro(s) : $x = -1$
- Ord. à l'origine : $y = 1$
- $f(1) = 2$
- $f(-2) = -1$
- $f(1) = 2$
- $f(-2) = -1$

(b)



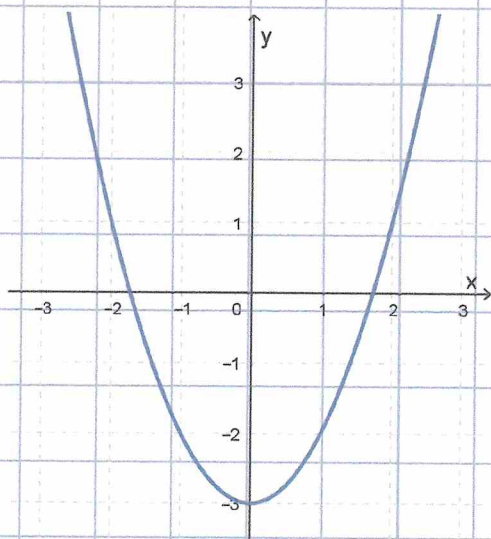
- $dom_f : [-4, 2]$
- $im_f : [-1, 3]$
- Zéro(s) : $x = -3$ et $x = \frac{3}{2}$
- Ord. à l'origine : $y = 3$
- $f(-1) = 2$
- $f(2) = -1$
- $f(-2/1) = 1$
- $f(-1/\frac{1}{2}) = 2$

(c)



- $\text{dom}_f : \mathbb{R}_0$
- $\text{im}_f :]-1, +\infty$
- Zéro(s) : $x = -1$ et $x = 1$
- Ord. à l'origine : /
- $f(2)=1$
- $f(-2)=-1$
- $f(-3/3)=2$
- $f(-1/1)=0$

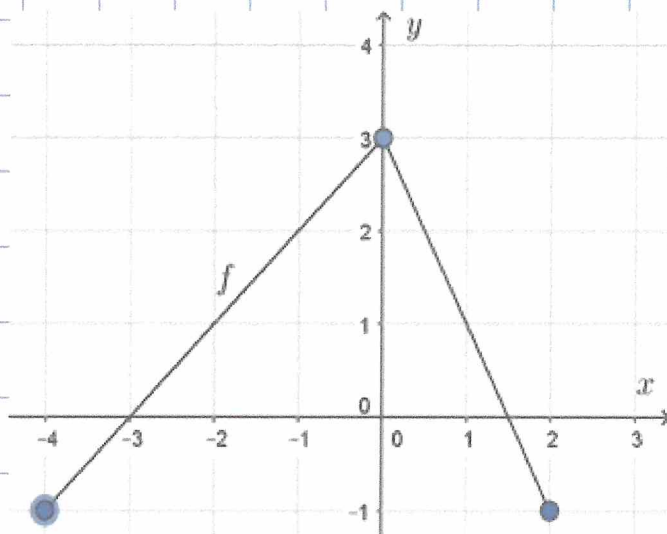
(d)



- $\text{dom}_f : \mathbb{R}$
- $\text{im}_f :]-3, +\infty$
- Zéro(s) : $x \approx -1.7$ et $x \approx 1.7$
- Ord. à l'origine : $y = -3$
- $f(2)=1$
- $f(-2)=1$
- $f(-1/1)=-2$
- $f(-2,3/2,3)=2$

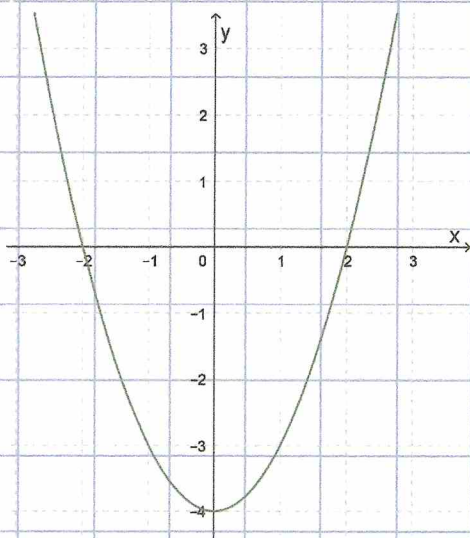
4.

(a)



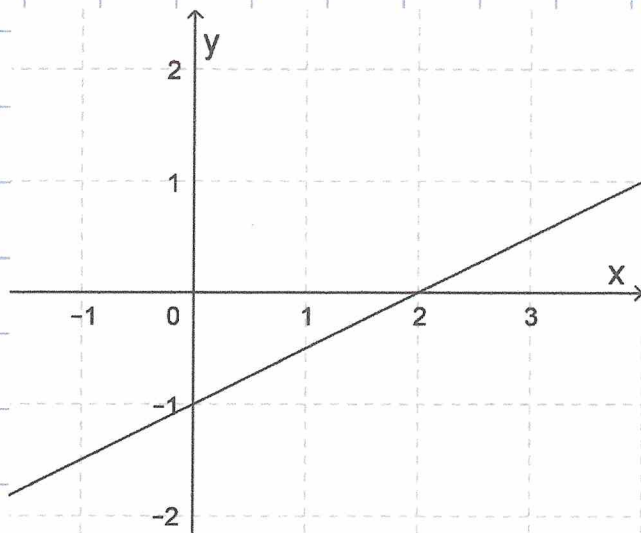
x	-4	-3	$\frac{3}{2}$	2
$f(x)$	-1	0	0	-1

(b)



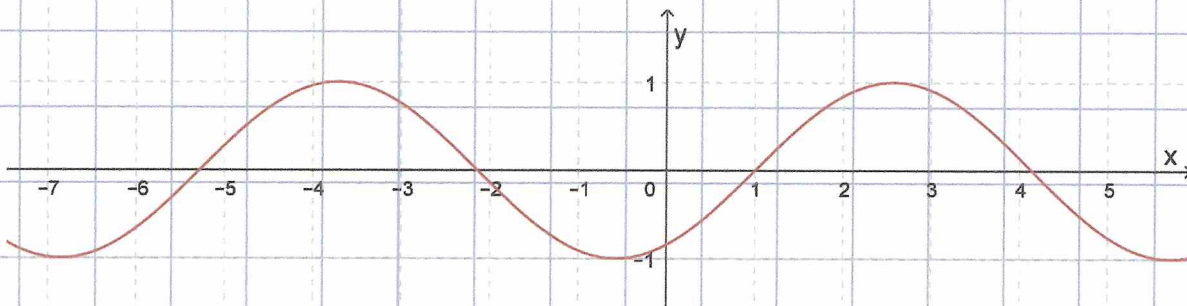
x	-2	2
$f(x)$	0	0

(c)



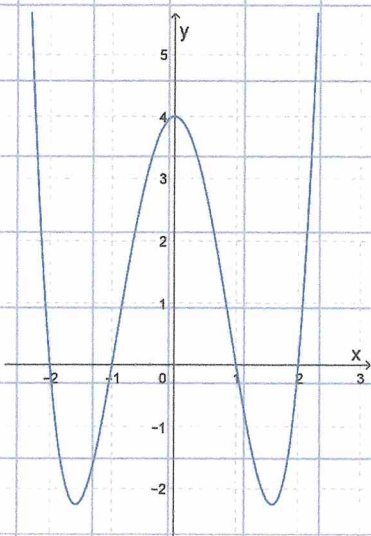
x	2
$f(x)$	- 0 +

(d)



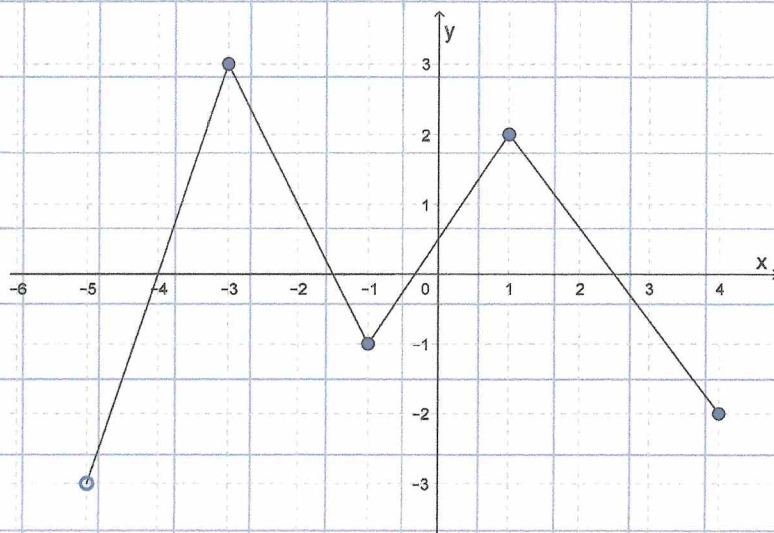
x	-5,3		-2,1		1		4,1		
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-

5. (a)



x	-1,5	0	1,5
$f(x)$	-2 m	4 M	2 m

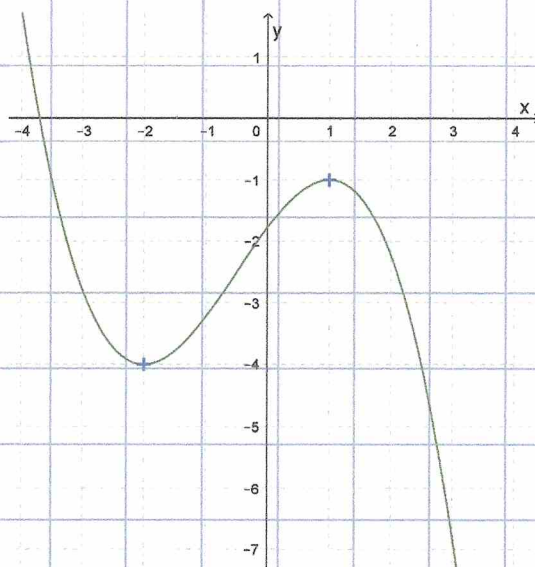
(b)



x	-5	-3	-1	1	4
$f(x)$	-3	3	-1	2	-2
		M	m	M	

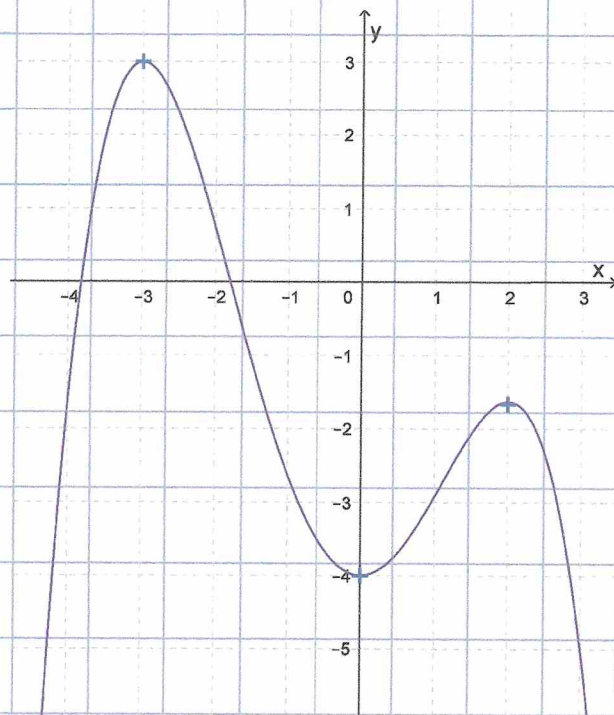
6. (a)

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$
$f(x)$		-4	-1	
		m	M	



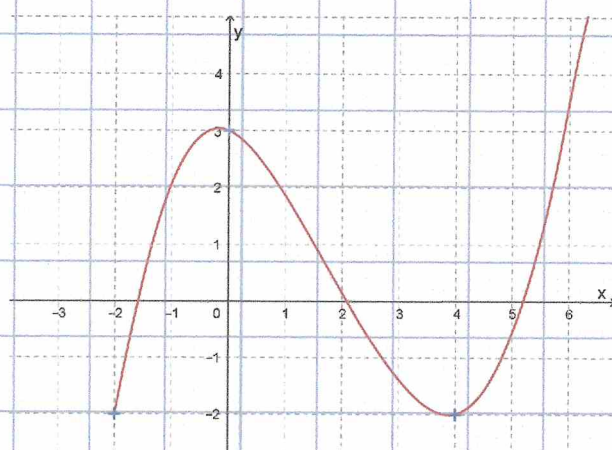
(b)

x	$-\infty$	-3	0	2	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$ 3 M	$\searrow$ -4 m	$\nearrow$ $-\frac{5}{3}$ M	$\searrow$



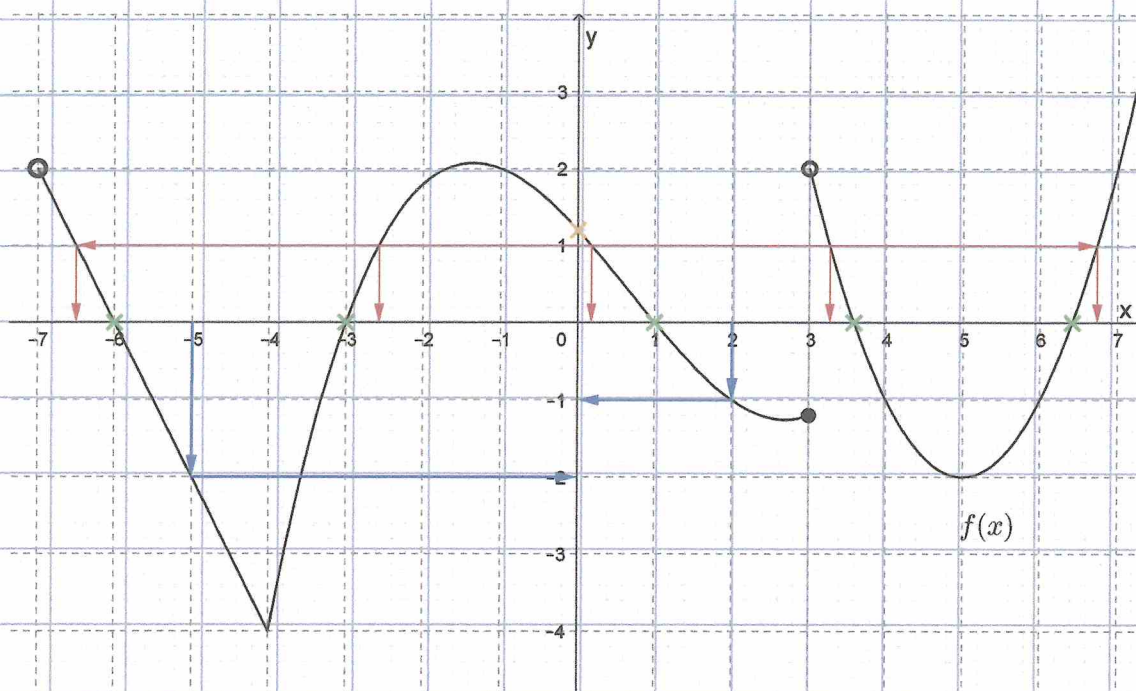
(c)

x	$-\infty$	-2	0	4	$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$ -2	$\searrow$ 3 M	$\nearrow$ -2 m	



7.

(a)



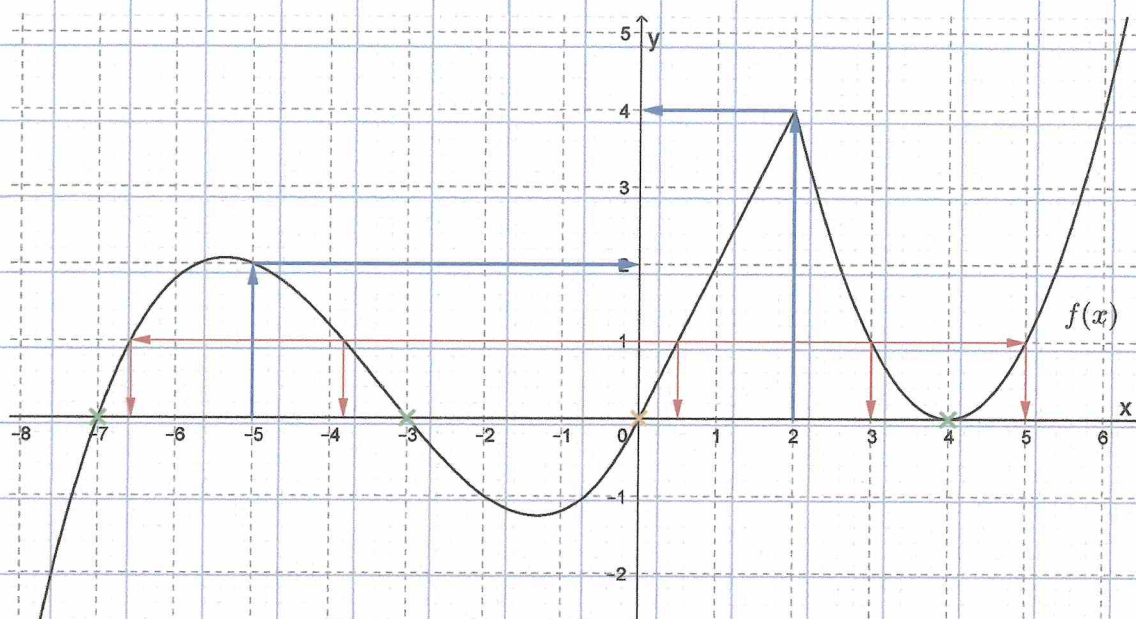
- le domaine de définition : $\text{dom}_f :]-7, +\infty,$
- l'ensemble image : $\text{im}_f : [-4, +\infty,$
- l'image de -5 et 2 par la fonction : image de -5 : -2 et image de 2 : -1;
- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction : antécédents de 1 : $x \approx -6.5,$
 $x \approx -2.6, x \approx 0.2, x \approx 3.3, x \approx 6.7,$
- le(s) zéro(s) de la fonction : $x \approx -6, x \approx -3, x \approx 1, x \approx 3.5, x \approx 6.3$
- l'ordonnée à l'origine de la fonction : $y = 1.2,$
- le signe de la fonction :

x	-7	-6	-3	1	3	3,5	6,3	
$f(x)$		+	0	-	0	+	0	+

- le tableau de variation de la fonction

x	-7	-4	-1,5	5
$f(x)$		$\searrow$ -4 m	$\nearrow$ 2,1 M	$\searrow$ -2 m

(b)



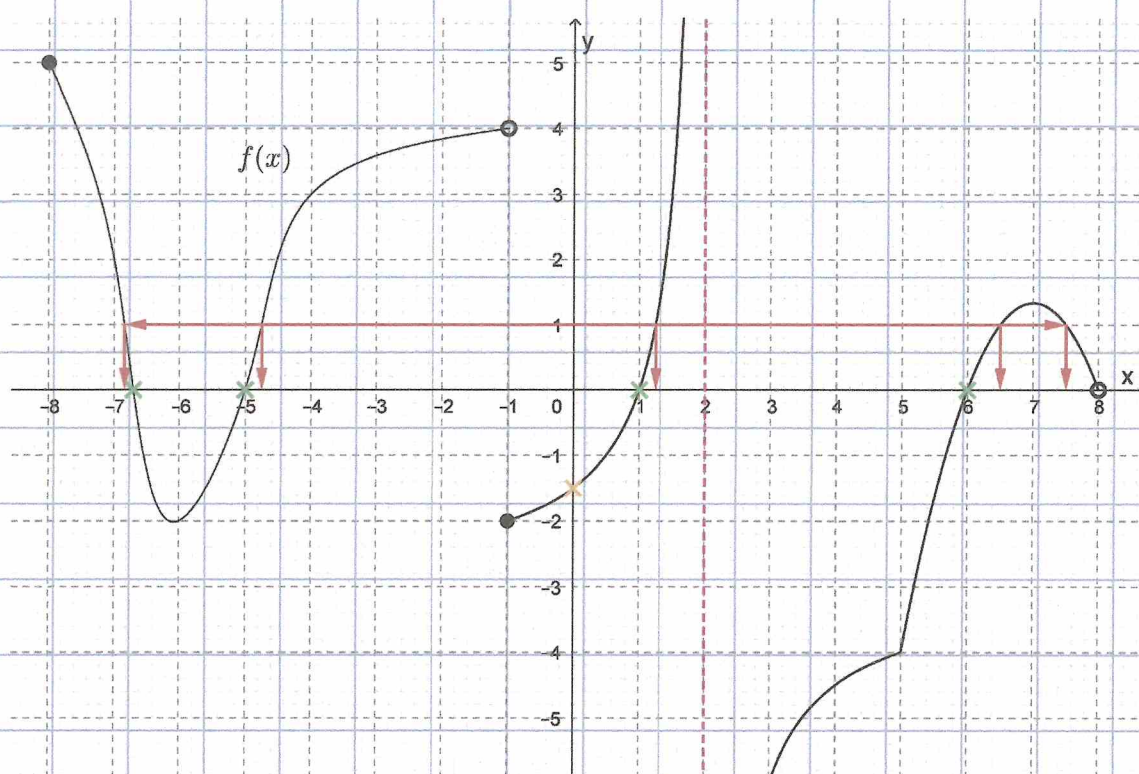
- le domaine de définition : $\text{dom}_f : \mathbb{R}$,
- l'ensemble image : $\text{im}_f : \mathbb{R}$,
- l'image de -5 et 2 par la fonction : image de $-5 : 2$ et image de $2 : 4$;
- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction : antécédents de $1 : x \approx -6.6$,
 $x \approx -3.8$, $x \approx 0.5$, $x \approx 3$, $x \approx 5$,
- le(s) zéro(s) de la fonction : $x \approx -7$, $x \approx -3$, $x \approx 0$, $x \approx 4$
- l'ordonnée à l'origine de la fonction : $y = 0$,
- le signe de la fonction :

x	-7	-3	0	4					
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	+

- le tableau de variation de la fonction

x	-5,3	-1,2	2	4
$f(x)$	↗ 2,2 M	↘ -1,4 m	↗ 4 M	↘ 0 m

(c)



- le domaine de définition : $\text{dom}_f : [-8, 2[\cup]2, 8[$,
- l'ensemble image : $\text{im}_f : \mathbb{R}$,
- l'image de -5 et 2 par la fonction : image de $-5 : 0$, image de $2 : \nexists$ et image de $-1 : -2$;
- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction : antécédents de $1 : x \approx -6.8, x \approx -4.8, x \approx 1.2, x \approx 6.5, x \approx 7.5$,
- le(s) zéro(s) de la fonction : $x \approx -6.7, x \approx -5, x \approx 1, x \approx 6$
- l'ordonnée à l'origine de la fonction : $y = -1.5$,
- le signe de la fonction :

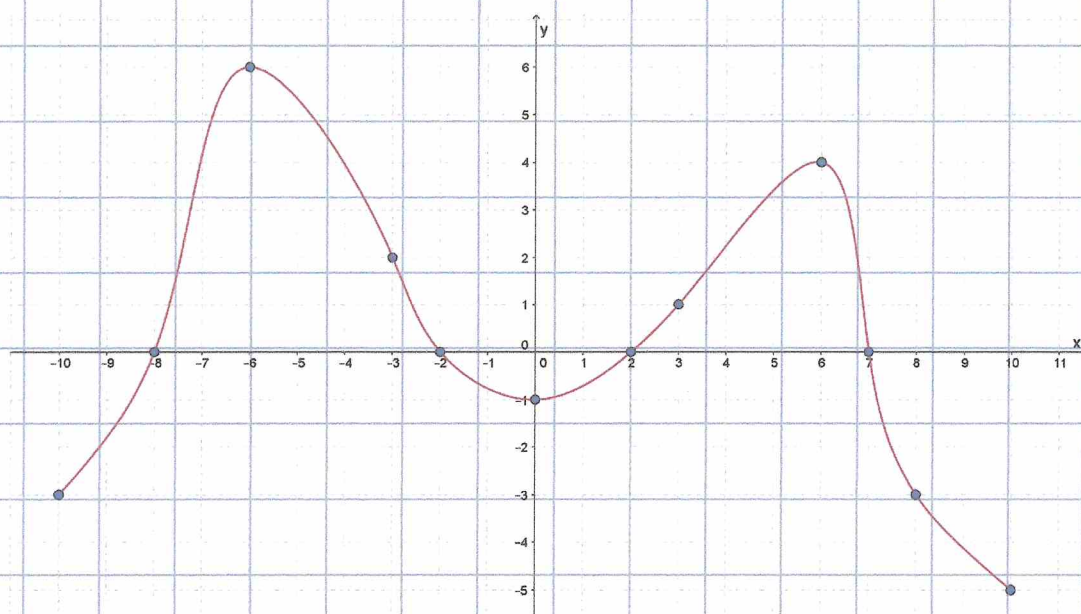
x	-8	-6,7	5	-1	1	2	6	8	
$f(x)$		+	0	-	0	+	-	0	+

- le tableau de variation de la fonction

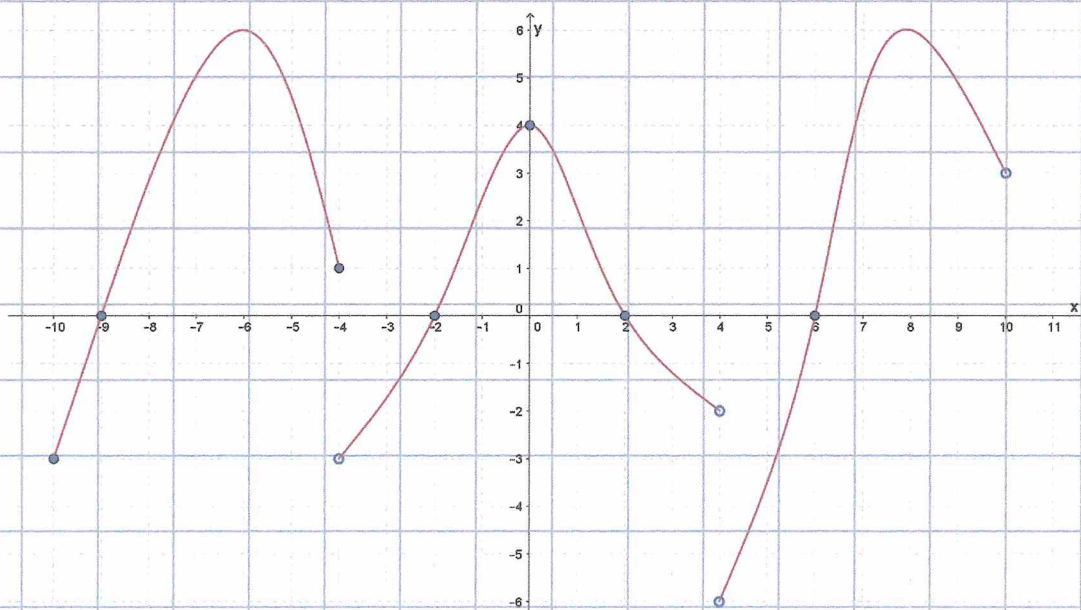
x	-8	-6	-1	2	7	8
$f(x)$		$\searrow$	-2 m	$\nearrow$	$\nearrow$	1,4 M

8. On donne les courbes suivantes, représentations graphiques de fonctions.

Courbe 1



Courbe 2



Courbe 1 :

— Faux	— $\text{dom}_f : [-10, 10]$
— Vrai	— $\text{im}_f : [-5, 6]$
— Faux	— $f(3) = 1$
— Vrai	— les racines de $f : x = -8, x = -2, x = 2$ et $x = 7$
— Vrai	— les solutions de l'équation $2f(x) + 6 = 0 : x = -10$ et $x = 8$
— Vrai	

Courbe 2 :

— Faux	— $\text{dom}_f : [-10, 4[\cup]4, 10[$
— Faux	— $\text{im}_f :]-6, 6]$
— Vrai	— $f(3) \approx -1,2$
— Vrai	— les racines de $f : x=-9, x=-2, x=2$ et $x=6$
— Vrai	
— Faux	— les solutions de l'équation $2f(x) + 6 = 0 : x=-10$ et $x \approx 5,2$

Fonctions : aspects algébriques

1. Soit la fonction $f(x) = x - 3$.

(a) Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f\left(\frac{1}{3}\right)$ et $f\left(-\frac{2}{5}\right)$;

$$f(0) = 0 - 3 = -3$$

$$f(3) = 0$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -\frac{8}{3}$$

$$f\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{17}{5}$$

(b) Calculer les images de 1, 2 et 5 par la fonction f ;

$$f(1) = -2$$

$$f(2) = -1$$

$$f(5) = 2$$

(c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 1, 2 et 5 par f .

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow x - 3 = 1 \Rightarrow x = 4$$

$$f(x) = 2 \Leftrightarrow x - 3 = 2 \Rightarrow x = 5$$

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow x - 3 = 5 \Rightarrow x = 8$$

2. Soit la fonction $f(x) = 2x^2 - 3$.

(a) Calculer $f(0)$, $f(-2)$, $f(\sqrt{3})$ et $f(\sqrt{2}+1)$;

$$f(0) = -3$$

$$f(-2) = 2(-2)^2 - 3 = 5$$

$$f(\sqrt{3}) = 3$$

$$\begin{aligned} f(\sqrt{2}+1) &= 2(\sqrt{2}+1)^2 - 3 = 2(2 + 2\sqrt{2} + 1) - 3 \\ &= 3 + 4\sqrt{2} \end{aligned}$$

(b) Calculer les images de 0, 1 et -1 par la fonction f ;

$$f(0) = -3$$

$$f(1) = -1$$

$$f(-1) = -1$$

(c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 5 par f .

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 3 = 5$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2$$

3. Soit la fonction $f(x) = \frac{x-2}{x}$.

(a) Calculer $f(1)$, $f(-1)$, $f(\frac{2}{3})$ et $f(\sqrt{2})$;

$$f(1) = \frac{1-2}{1} = -1$$

$$f(-1) = 3$$

$$f(\frac{2}{3}) = -2$$

$$f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-2)\sqrt{2}}{2} = \frac{\cancel{2}-\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 1-\sqrt{2}$$

(b) Calculer l'image de 2 par la fonction f ;

$$f(2) = 0$$

(c) 1 a-t-il un antécédent par f ?

$$f(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{x-2}{x} = 1$$

$$\Leftrightarrow x-2 = x$$

$$\Leftrightarrow -2 = 0 \text{ imp. } \rightarrow \text{non!}$$

4. Soit la fonction $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

(a) Calculer $f(0)$, $f(3)$, $f(-3)$ et $f(-\sqrt{3})$

$$f(0) = 0$$

$$f(3) = \frac{9}{2}$$

$$f(-3) = -\frac{9}{4}$$

$$\begin{aligned} f(-\sqrt{3}) &= \frac{3}{-\sqrt{3}-1} = \frac{3}{-\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1} = \frac{3\sqrt{3}-3}{-3+1} \\ &= \frac{3-3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

(b) Calculer l'image de -1 par la fonction f

$$f(-1) = -\frac{1}{2}$$

(c) Calculer l'(les) antécédent(s) de $-\frac{1}{2}$ par f

$$f(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{x^2}{x-1} = -\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = -x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{4} \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -1 \end{cases}$$

5. Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$.

(a) Calculer $f(0)$, $f(2)$, $f(-2)$ et $f(-\sqrt{3})$

$$f(0) = 3$$

$$f(2) = \sqrt{13}$$

$$f(-2) = \sqrt{13}$$

$$f(-\sqrt{3}) = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(b) Calculer l'image de 4 par la fonction f

$$f(4) = 5$$

(c) Calculer l'(les) antécédent(s) de 5 par f

$$f(x) = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 9} = 5$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 9 = 25$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 4$$

6. Soit la fonction $f(x) = -\sqrt{x^2 - 3}$ définie pour $x \leq -\sqrt{3}$ ou $x \geq \sqrt{3}$. dom f

(a) Calculer les images de 2, 3 et $\sqrt{3}$ par la fonction f

$$f(2) = -1$$

$$f(3) = -\sqrt{6}$$

$$f(\sqrt{3}) = 0$$

(b) 1 a-t-il une image par la fonction?

$$f(1) = -\sqrt{-2} \text{ imp}$$

1 $\notin$ dom f

(c) Déterminer deux nombres qui ont la même image.

Deux nombres opposés ont la même image
(à cause du x^2)

(d) Un nombre réel strictement positif a-t-il un antécédent par f ?

Non car $f(x)$ est toujours ≤ 0

7. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer algébriquement

- le domaine de définition
- le(s) zéro(s)
- l'intersection avec l'axe Oy
- la parité

(a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

i. $\text{dom}_f = \mathbb{R}$

ii. zéro(s) : $x = -3$ et $x = 1$ $\otimes$

iii. intersection avec Oy : $y = -3$

iv. Fonction quelconque

$$\otimes \quad f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$
$$\Delta = 4 + 12 = 16$$
$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 4}{2} \quad \begin{matrix} \swarrow 1 \\ \searrow -3 \end{matrix}$$

(b) $f(x) = \frac{3}{x-2}$

i. $\text{dom}_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

ii. zéro(s) : aucun $\otimes$

iii. intersection avec Oy : $y = -\frac{3}{2}$

iv. Fonction quelconque

$$\otimes \quad f(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{\cancel{x-2}} < 0 \quad \text{imp}$$

$$(c) f(x) = \frac{2x+1}{x^2+4x-5}$$

$$i. \text{ dom}_f = \mathbb{R} \setminus \{-5, 1\} \quad (*)$$

$$ii. \text{ zéro(s)} : x = -\frac{1}{2}$$

$$iii. \text{ intersection avec } Oy : y = -\frac{1}{5}$$

iv. Fonction quelconque

$$(*) \text{ CE : } x^2 + 4x - 5 \neq 0$$

$$\Delta = 16 + 20 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{-4 \pm 6}{2} \quad \begin{matrix} 1 \\ -5 \end{matrix}$$

$$(d) f(x) = \sqrt{2x-5}$$

$$i. \text{ dom}_f = \left[\frac{5}{2}, +\infty\right) \quad (*)$$

$$ii. \text{ zéro(s)} : x = \frac{5}{2}$$

$$iii. \text{ intersection avec } Oy : 0 \notin \text{ dom}_f$$

iv. Fonction quelconque

$$(*) \text{ CE : } 2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2}$$

$$(e) f(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x^2+4x+3}}$$

i. $\text{dom}_f =]-3, -1[\cup [3, +\infty$ (*)

ii. zéro(s) : $x = 3$

iii. intersection avec Oy : $0 \notin \text{dom}_f$

iv. Fonction quelconque

(*) CE : $\frac{x-3}{x^2+4x+3} \geq 0$ ineq $\Rightarrow$ T.S

zéros

N : $x = 3$

D : $x^2 + 4x + 3 = 0$

$\Delta = 16 - 12 = 4$

$x_{1/2} = \frac{-4 \pm 2}{2} \begin{cases} -1 \\ -3 \end{cases}$

x	-3	-1	3
N	-	-	0
D	+	-	+
CE	-	+	0

$\text{dom}_f :]-3, -1[\cup [3, +\infty$

$$(f) f(x) = \frac{\sqrt{2x+5}}{\sqrt{2x^2-9x+4}}$$

i. $\text{dom}_f = \left[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right[\cup]4, +\infty$ *

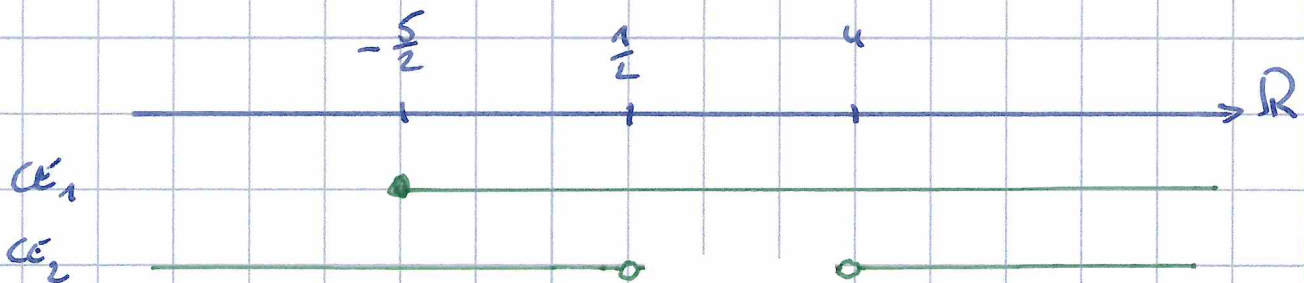
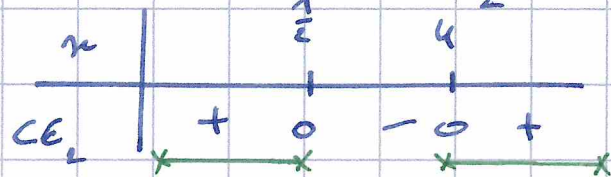
ii. zéro(s) : $x = -\frac{5}{2}$

iii. intersection avec Oy : $y = \frac{\sqrt{5}}{2}$

iv. Fonction quelconque

* $\underline{\text{CE}} :$ (1) $2x+5 \geq 0 \quad \Leftrightarrow x \geq -\frac{5}{2}$
 (2) $2x^2-9x+4 > 0$

(2) $\Delta = 81 - 32 = 49 \quad x_{1,2} = \frac{9 \pm 7}{4} < \begin{matrix} 4 \\ \frac{1}{2} \end{matrix}$



$\text{dom}_f : \left[-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right[\cup]4, +\infty$

8. Déterminer si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.

(a) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 3}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2 - 3} = \frac{x^2}{x^2 - 3} = f(x) \quad \text{paire}$$

(b) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 5}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 + 5} = \frac{-x^3}{x^2 + 5} = -f(x) \quad \text{impair}$$

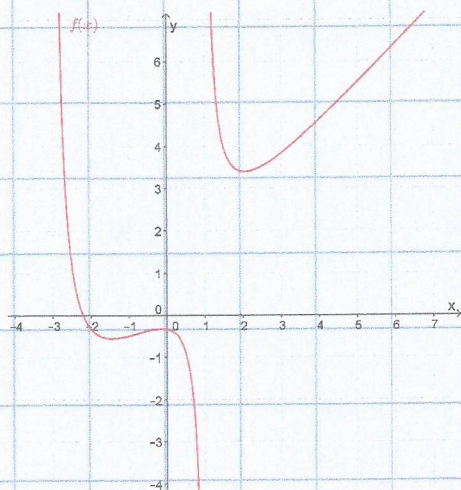
(c) $f(x) = \frac{x+1}{x^2 - 3x + 5}$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{x^2 + 3x + 5} \neq f(x) \quad \text{et} \quad \neq -f(x) \quad \text{donc} \quad \text{quelconque}$$

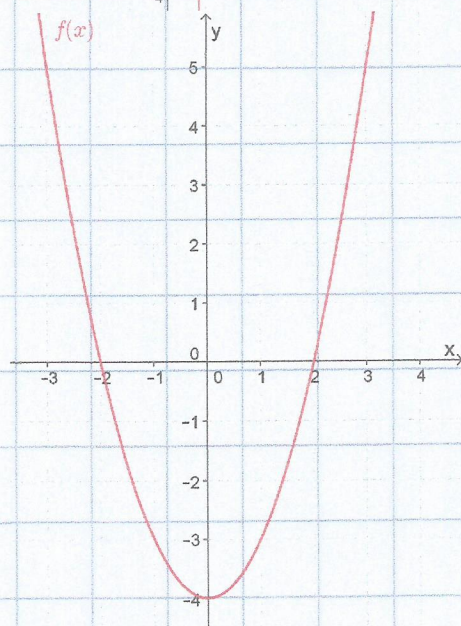
(d) $f(x) = \sqrt{\frac{x^3}{x^5 - x}}$

$$f(-x) = \sqrt{\frac{-x^3}{-x^5 + x}} = \sqrt{\frac{+x^3}{+(x^5 - x)}} \quad \text{paire}$$

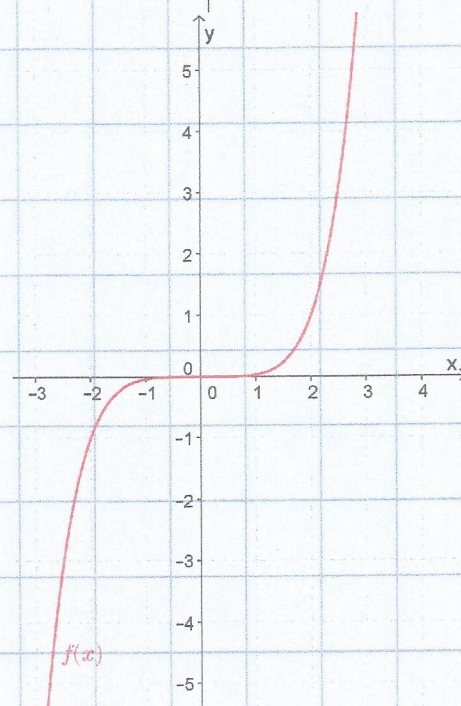
9. Déterminer si les fonctions suivantes sont paires, impaires ou ni l'une ni l'autre.



quel congne



paire

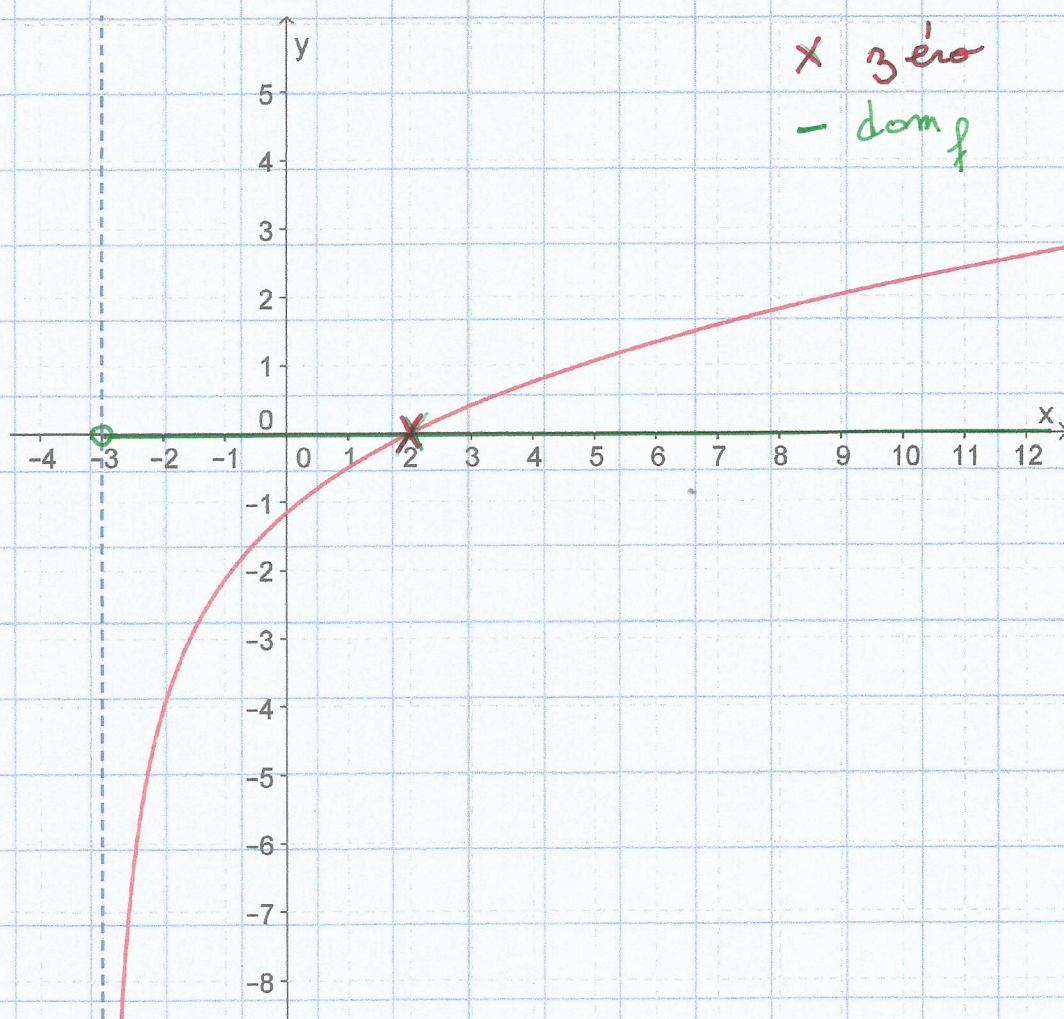


impair

10. Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer *algébriquement et graphiquement* :

- (a) le domaine de définition;
- (b) le(s) zéro(s);
- (c) la parité;
- (d) le signe;

(a) $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x+3}}$



- dom_f

CE: $x+3 > 0 \Rightarrow x > -3$

dom_f : $] -3, +\infty$

- zero : $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x-2}{1} = 0 \Leftrightarrow x = 2$

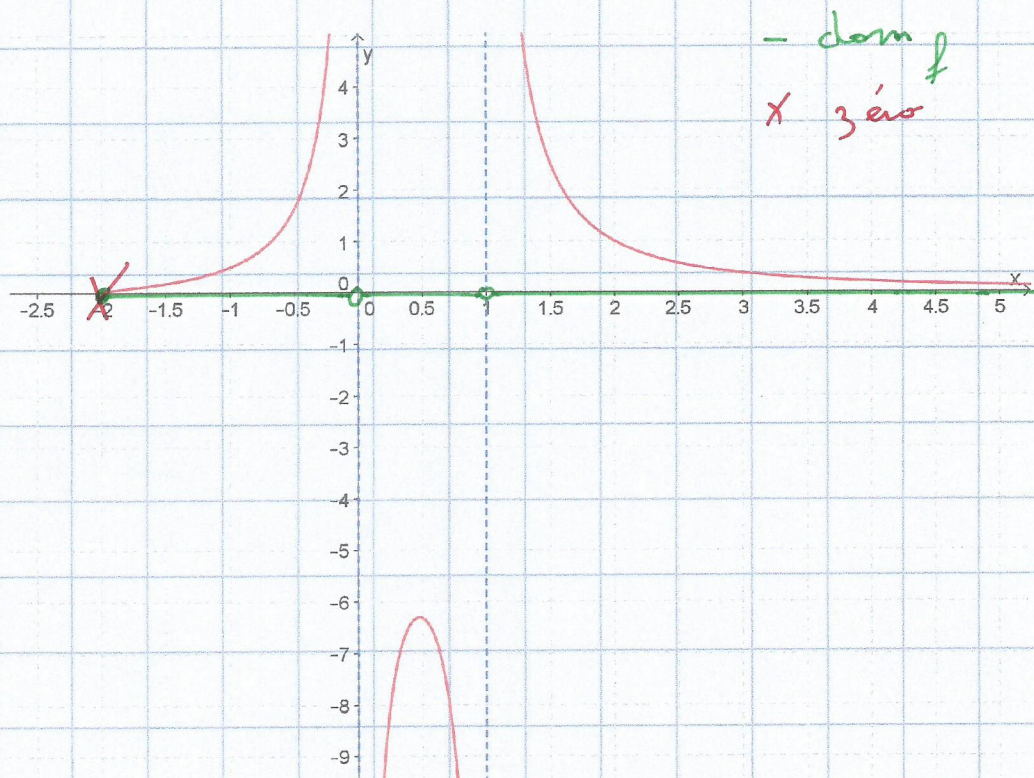
- parité : $f(-x) \neq f(x)$ $\rightarrow$ fct qeq
 $\neq -f(x)$ (pas de sym.)

- signe

x	-3	2
N	-	+
D	+	+
f(x)	-	+

la fct est sous O_x la fct est au-dessus de O_x

$$(b) f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-x}$$



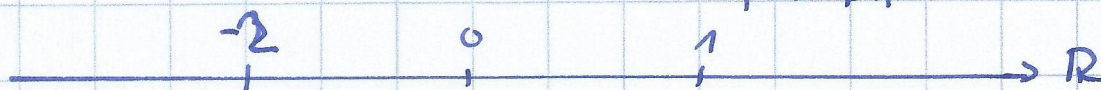
- dom f
x zéro

- dom f

$$c\acute{e} : (1) x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2$$

$$(2) x^2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x(x-1) \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$



(1)

(2)

$$\text{dom } f : [-2, 0[\cup]0, 1[\cup]1, +\infty$$

- zéros: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 0 \Leftrightarrow x = -2$

- parité

$$f(-x) \neq f(x) \\ \neq -f(x)$$

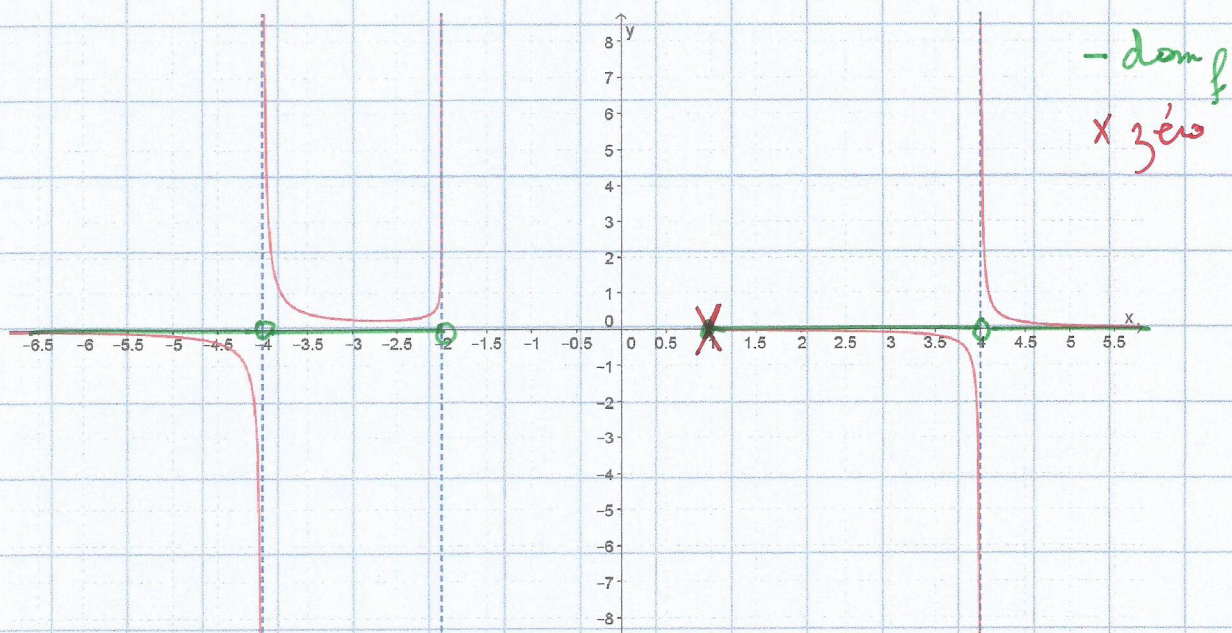
pas de symétrie dans
le cercle

- signs:

x	-2	0	1
N	0	+	+
D	+	0	-
$f(x)$	0	+	-

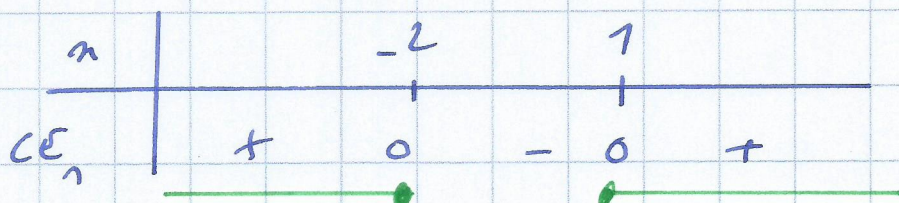
$f(x) > 0$ $f(x) < 0$ $f(x) > 0$

$$(c) f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{x^3 + 2x^2 - 16x - 32}$$



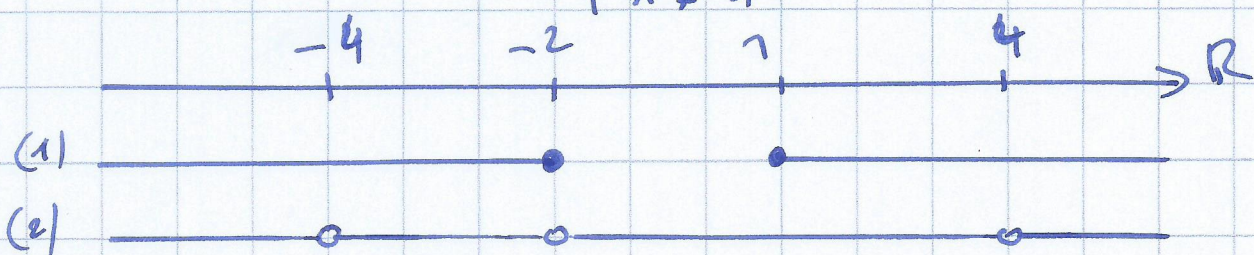
- dom f : cé : (1) $x^2 + x - 2 \geq 0$
 (2) $x^3 + 2x^2 - 16x - 32 \neq 0$

(1) $\Delta = 1 + 8 = 9$ $x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \in \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}$



(2) $x^3 + 2x^2 - 16x - 32 = (x+2)(x+4)(x-4) \neq 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq -4 \\ x \neq 4 \end{cases}$



dom f : $-\infty, -4[\cup]-4, -2[\cup]1, 4[\cup]4, +\infty$

- zéro(n) : $f(n) = 0 \Leftrightarrow n^2 + n - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = -2 \rightarrow \mathbb{R} \end{cases}$

- paire: $f(-x) = f(x)$ par de symétrie
 $\neq -f(x)$

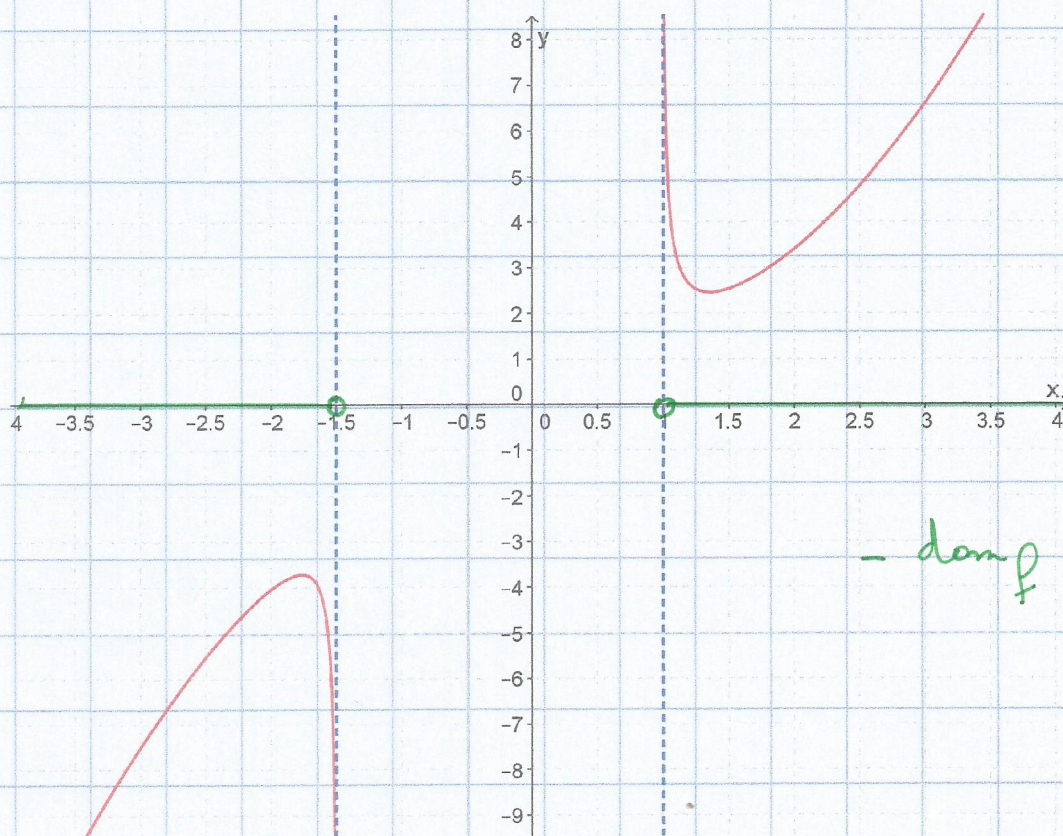
- signe

n	-4	-2	1	4
n	+	+	0	+
$n+2$	-	-	0	+
$(n+1)(n-1)$	+	-	0	+
$f(n)$	-	+	0	+

- $f(n)$ sous l'axe Ox

+ $f(n)$ en-dessus de l'axe Ox

$$(d) f(x) = \frac{x^3 + 1}{\sqrt{2x^2 + x - 3}}$$

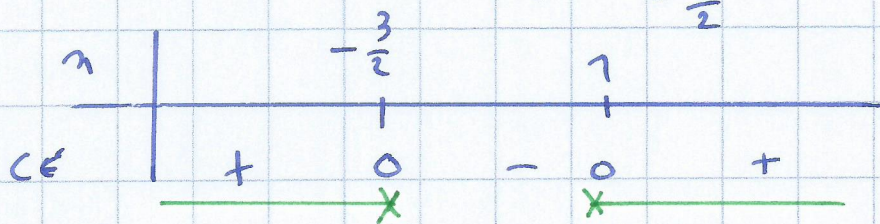


- dom f

- dom f: CE: $2x^2 + x - 3 > 0$

$$\Delta = 1 + 24 = 25$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm 5}{4} \begin{matrix} 1 \\ -\frac{3}{2} \end{matrix}$$



$$\text{dom f} : -\infty, -\frac{3}{2} \cup]1, +\infty$$

- zéro(s): $x^3 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ AR car hors dom f

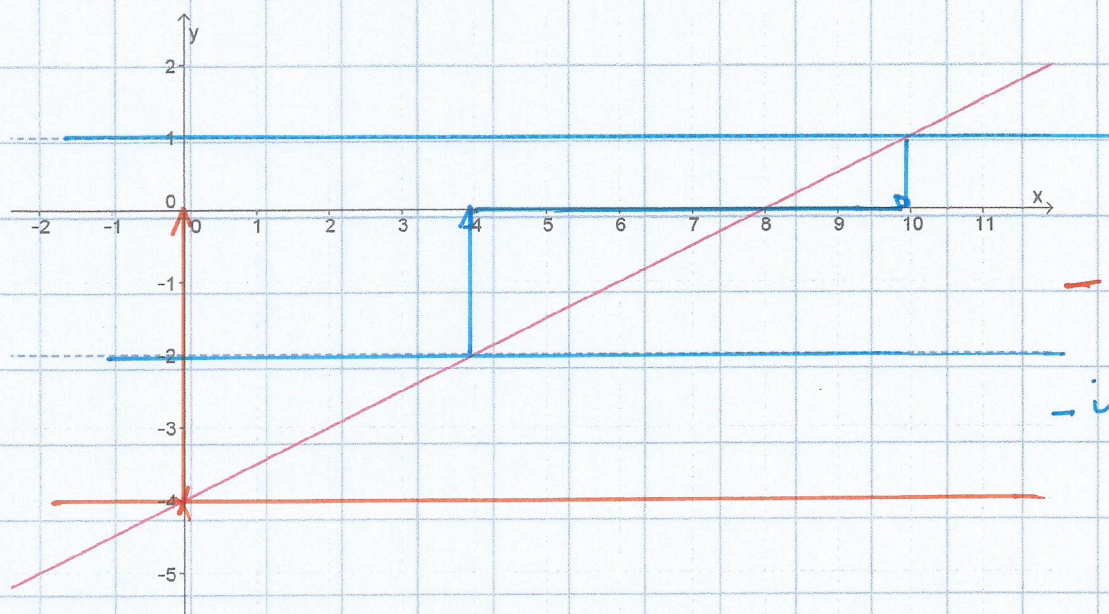
- pair : $f(-n) \neq f(n)$
 $\neq -f(n)$

pas de symétrie

- signe

n		$-\frac{3}{2}$	-1	1	
D	+	0		0	+
N	-		0		+
$f(n)$	-	$\neq$		$\neq$	+

11. Tracer le graphe de la fonction $f(x) = \frac{x}{2} - 4$



— ont de -4

— inég

(a) Représenter sur le graphe le(s) valeur(s) de x pour laquelle (lesquelles) $f(x)$ est égale à -4 et expliquer algébriquement le résultat

$$f(x) = -4 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 4 = -4 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

→ on cherche les antécédents de -4

(b) Représenter sur le graphe les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est comprise entre -2 et 1 et expliquer algébriquement le résultat

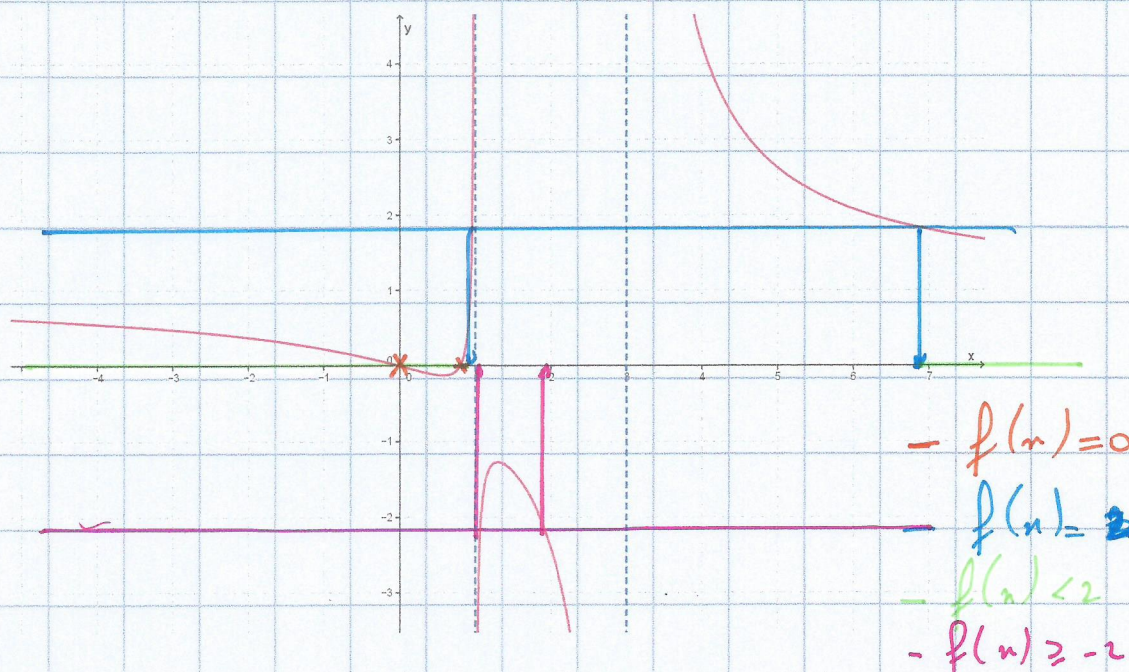
cf graphe

$$\begin{cases} f(x) \geq -2 \\ f(x) \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} - 4 \geq -2 \\ \frac{x}{2} - 4 \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} \geq +2 \\ \frac{x}{2} \leq 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

$$S : [4, 10]$$

12. On donne le graphique de la fonction $f(x)$.



On demande de résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

(a) $f(x) = 0$

$$x = 0$$

$$x \approx 0,8$$

(b) $f(x) = 2$

$$x \approx 0,95$$

$$x \approx 6,9$$

(c) $f(x) < 2$

$$-\infty; -0,95[\cup]6,9; +\infty$$

(d) $f(x) \geq -2$

$$]-1; 1,1] \cup [1,9; 3[$$