Droites : Solutions

1 Exercices de base

1. Etablir le graphe des droites suivantes **sans construire** de tableaux de valeurs. On précisera **clairement** l'ordonnée à l'origine et la pente sur chaque graphe.

(a) $d \equiv y = 2x + 1$

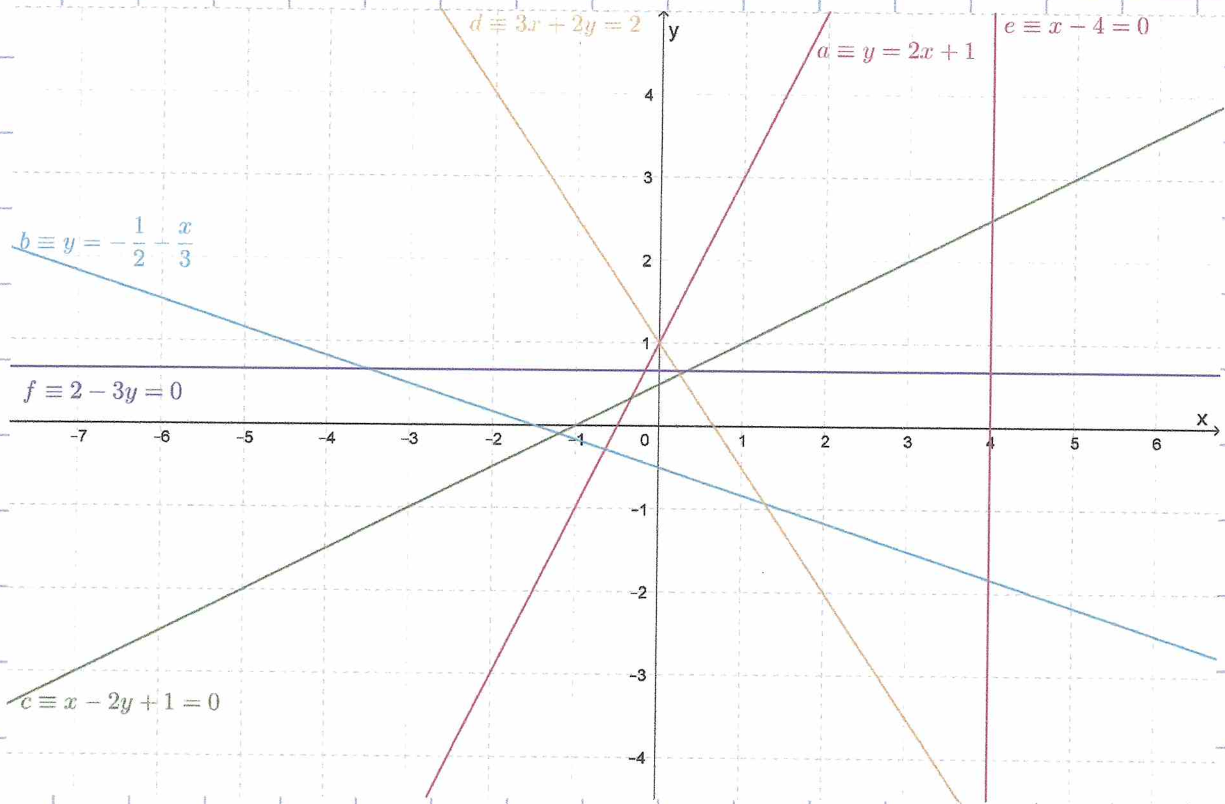
(b) $d \equiv y = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{x}{3}$

(c) $d \equiv x - 2y + 1 = 0$

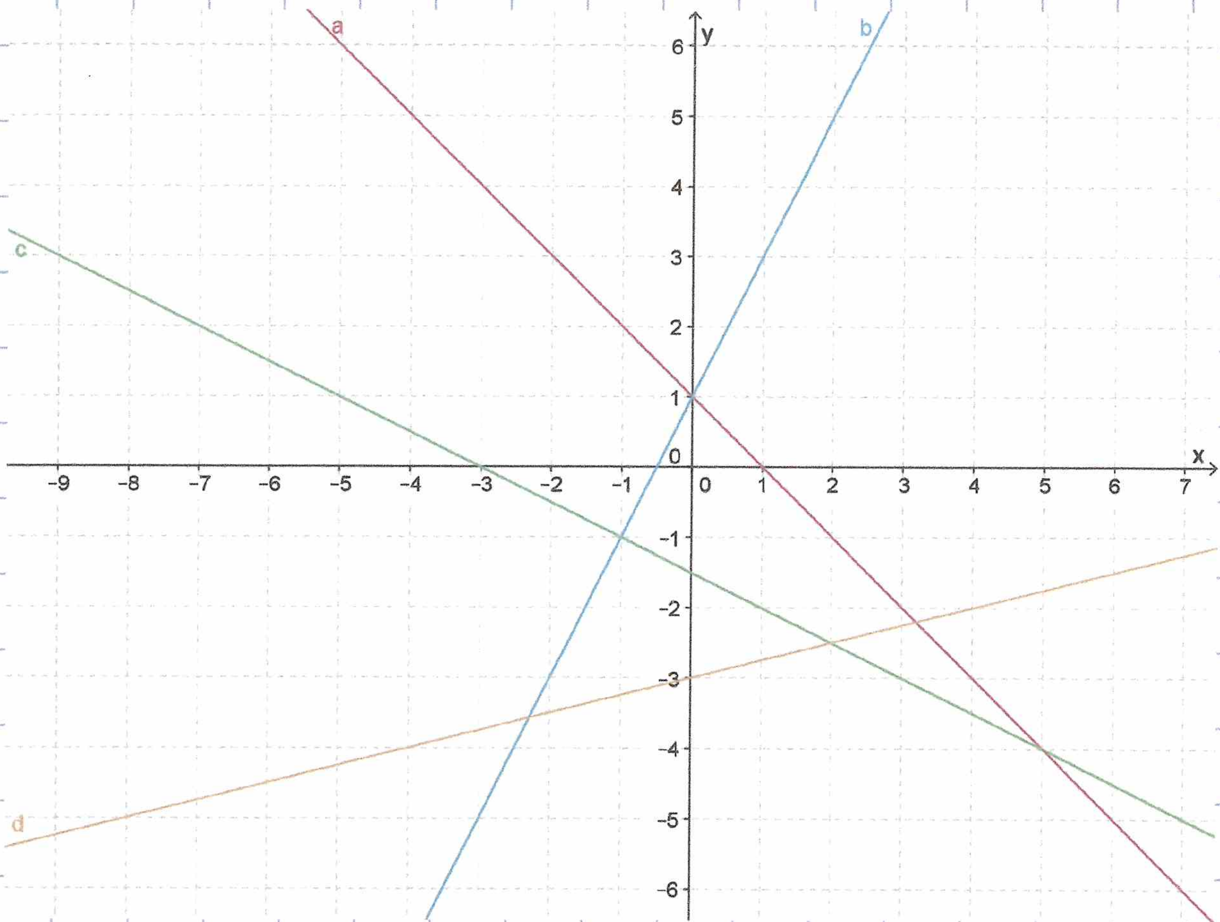
(d) $d \equiv 3x + 2y = 2$

(e) $d \equiv x - 4 = 0$

(f) $d \equiv 2 - 3y = 0$



2. Pour chacune des droites suivantes, écrire son équation implicite et explicite en se basant **uniquement** sur la **mesure** de la pente et de l'ordonnée à l'origine.



$a \equiv y = -x + 1$ $\quad p = 1$, $m = -1$

$b \equiv y = 2x + 1$ $\quad p = 1$, $m = 2$

$c \equiv y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$ $\quad p = -\frac{3}{2}$
$\equiv x + 2y + 3 = 0$ $\quad m = -\frac{1}{2}$

$d \equiv y = \frac{1}{4}x - 3$ $\quad p = -3$
$\equiv x - 4y - 12 = 0$ $\quad m = \frac{1}{4}$

3. Vérifier si les points suivants appartiennent aux droites

$$d \equiv y = x - 3$$
$$d' \equiv x + 2y = 2$$
$$d'' \equiv x = -3y + 5$$

(a) $A(2, -1)$

(b) $B(0, 3)$

(c) $C\left(\frac{7}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(d) $D\left(\frac{8}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

(a) $d : \; -1 \stackrel{?}{=} 2 - 3$ ok $A \in d$

$d' : \; 2 - 2 \stackrel{?}{=} 2$ NON $A \notin d'$

$d'' : \; 2 \stackrel{?}{=} 3 + 5$ NON $A \notin d''$

(b) $d : \; 3 \stackrel{?}{=} 0 - 3$ NON $B \notin d$

$d' : \; 0 + 6 \stackrel{?}{=} 2$ NON $B \notin d'$

$d'' : \; 0 \stackrel{?}{=} -9 + 5$ NON $B \in d''$

(c) $d : \; \frac{1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{7}{2} - 3$ ok $C \in d$

$d' : \; \frac{7}{2} + 1 \stackrel{?}{=} 2$ NON $C \notin d'$

$d'' : \; \frac{7}{2} \stackrel{?}{=} -\frac{3}{2} + 5$ ok $C \in d''$

(d) $d : \; -\frac{1}{3} \stackrel{?}{=} \frac{8}{3} - 3$ ok $D \in d$

$d' : \; \frac{8}{2} - \frac{2}{3} \stackrel{?}{=} 2$ ok $D \in d'$

$d'' : \; \frac{8}{3} \stackrel{?}{=} 1 + 5$ NON $D \notin d''$

4. Ecrire l'équation des droites suivantes. Dans chaque cas représenter la droite et préciser **clairement** l'ordonnée à l'origine et la pente sur chaque graphe.

   (a) a passant par $A(1,2)$ et $B(-2,5)$;

$a \equiv y - 2 = \frac{5-2}{-2-1}(x-1)$ $\qquad$ $m = \frac{5-2}{-2-1} = \frac{3}{-3} = -1$

$a \equiv y = -x + 1 + 2$

$a \equiv y = -x + 3$

   (b) b passant par $A(1,2)$ et $B(-2,-3)$;

$m = \frac{-3-2}{-2-1} = \frac{-5}{-3} = \frac{5}{3}$

$b \equiv y - 2 = \frac{5}{3}(x-1)$

$\equiv y = \frac{5}{3}x - \frac{5}{3} + 2$

$\equiv y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$

ou $b \equiv 5x - 3y + 1 = 0$

(c) c passant par $A(1,2)$ et $B(-3,2)$;

$$m = \frac{2-2}{-3-1} = \frac{0}{-4} = 0$$

$$c \equiv y - 2 = 0\,(x-1)$$
$$\equiv y = 2$$

(d) d passant par $A(1,2)$ et $B(1,-3)$;

$$m = \frac{-3-2}{1-1} = -\frac{5}{0} \quad \text{imp}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

⚠ à retenir !

(e) e passant par $A(1,2)$ et de pente -2 ;

$m = -2$

$e \equiv y - 2 = -2(x-1)$

$\equiv y = -2x + 2 + 2$

$\equiv y = -2x + 4$

(f) f passant par $A(-2,5)$ et parallèle à la droite $d' \equiv y = -2x + 3$

$f \parallel d' \Rightarrow m = -2$

$f \equiv y - 5 = -2(x-(-2))$

$\equiv y = -2x - 4 + 5$

$\equiv y = -2x + 1$

(g) g passant par $A(2,-1)$ et parallèle à la droite $d' \equiv x - 2y + 1 = 0$

$g \parallel d'$ où $d' \equiv 2y = x + 1$

$\equiv y = \frac{1}{2} x + \frac{1}{2}$

$\Rightarrow m = \frac{1}{2}$

$g \equiv y + 1 = \frac{1}{2}(x - 2)$

$\equiv y = \frac{1}{2} x - 1 - 1$

$\equiv y = \frac{1}{2} x - 2$ ou $x - 2y - 4 = 0$

(h) h passant par $A(1,3)$ et perpendiculaire à la droite $d' \equiv y = 2x + 3$

$h \perp d' \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

$h \equiv y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 1)$

$\equiv y = -\frac{1}{2} x + \frac{1}{2} + 3$

$\equiv y = -\frac{1}{2} x + \frac{7}{2}$

ou $x + 2y - 7 = 0$

(i) i passant par $A(2,-4)$ et perpendiculaire à la droite $d' \equiv x-2y+1=0$

$i \perp d' \Rightarrow m = -\frac{1}{m'}$

avec $d' \equiv 2y = x+1 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$\Rightarrow m = -2$

$i \equiv y+4 = -2(x-2)$

$\equiv y = -2x+4-4$

$\equiv y = -2x$

(j) j passant par $A(3,3)$ et faisant un angle de 30° avec l'axe Ox

$m = \tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$j \equiv y-3 = \frac{\sqrt{3}}{3}(x-3)$

$\equiv y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3} + 3$

ou $j \equiv \sqrt{3}x - 3y - 3\sqrt{3} + 9 = 0$

(k) k passant par $A(-2,6)$ et faisant un angle de 30° avec l'axe Oy

30° %. à Oy $\Rightarrow$ 60° %. à Ox

$m = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$k \equiv y - 6 = \sqrt{3}(x+2)$

$\equiv y = \sqrt{3}\,x + 2\sqrt{3} + 6$

(l) l passant par $A(4,-5)$ et parallèle à la droite passant par $B(-1,-1)$ et $C(3,2)$

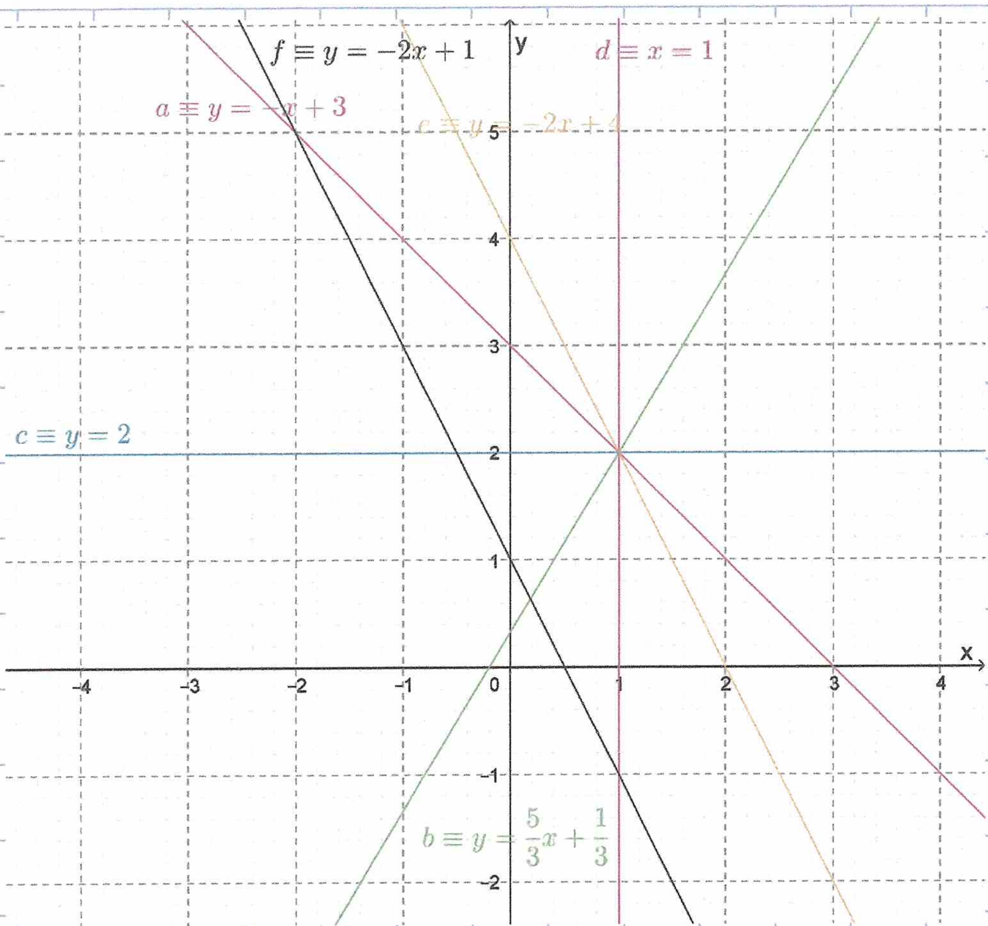
$m = m_{BC}$ où $m_{BC} = \frac{2+1}{3+1} = \frac{3}{4}$

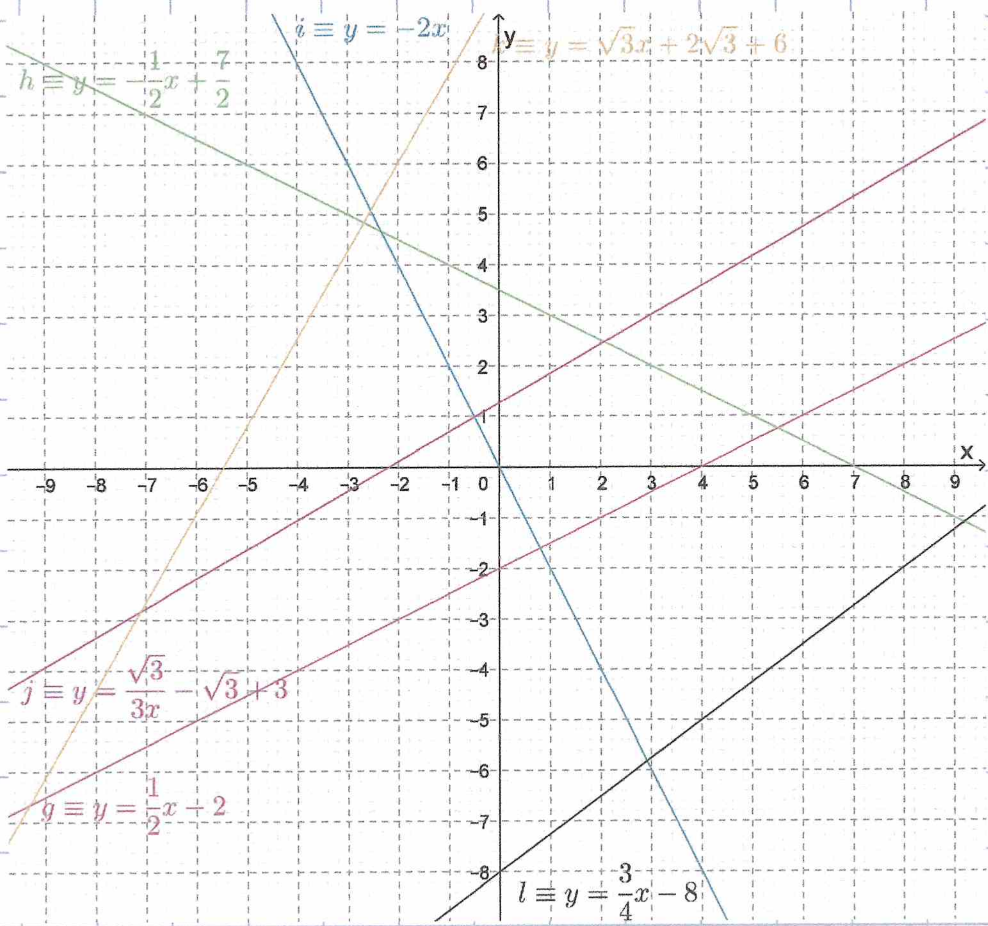
$l \equiv y + 5 = \frac{3}{4}(x-4)$

$\equiv y = \frac{3}{4}x - 3 - 5$

$\equiv y = \frac{3}{4}x - 8$

ou $3x - 4y - 32 = 0$


$f \equiv y = -2x + 1$
$d \equiv x = 1$
$a \equiv y = -x + 3$
$e \equiv y = -2x + 4$
$c \equiv y = 2$
$b \equiv y = \frac{5}{3}x + \frac{1}{3}$


$i \equiv y = -2x$
$k \equiv y = \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} + 6$
$h \equiv y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$
$j \equiv y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3} + 3$
$g \equiv y = \frac{1}{2}x - 2$
$l \equiv y = \frac{3}{4}x - 8$

~~5.~~ 7. Ecrire l'équation de la médiatrice du segment défini par $A(7,4)$ et $B(-1,-2)$

La médiatrice est $\perp$ à AB et passe par le milieu.

$$M_{AB} : \left(\frac{7-1}{2} , \frac{4-2}{2} \right) = (3,1)$$

$$m_{AB} = \frac{-2-4}{-1-7} = \frac{-6}{-8} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow m_{med} = -\frac{4}{3}$$

$$med \equiv y - 1 = -\frac{4}{3}(x-3)$$

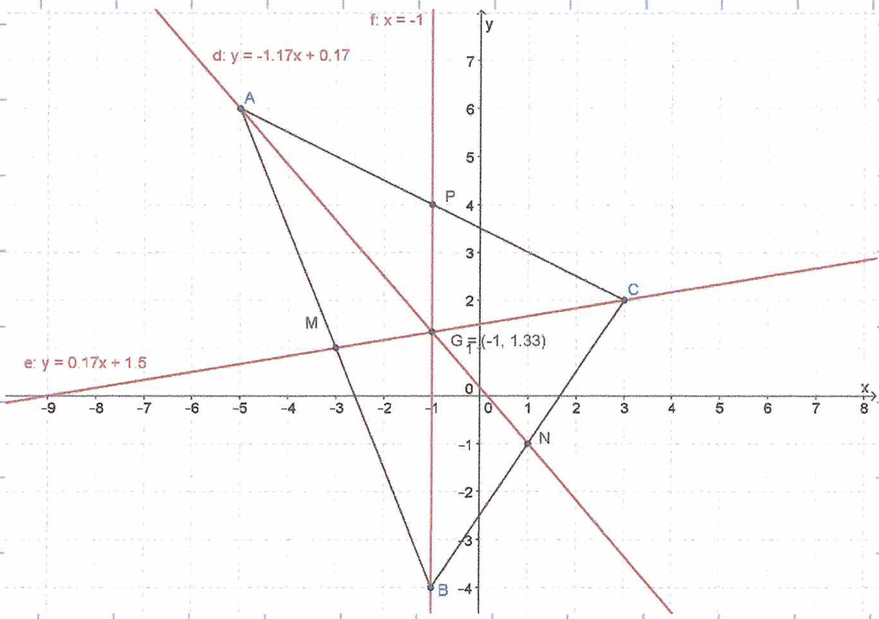
$$\equiv y = -\frac{4}{3}x + 4 + 1$$

$$\equiv y = -\frac{4}{3}x + 5$$

ou $4x + 3y - 15 = 0$

6. Soient les trois sommets d'un triangle ABC : $A(-5,6)$, $B(-1,-4)$ et $C(3,2)$

(a) Ecrire les équations des médianes



$M(-3,1)$

$N(1,-1)$

$P(-1,4)$

- $\underline{MC}$: $m_{MC} = \frac{2-1}{3+3} = \frac{1}{6}$

$MC \equiv y-1 = \frac{1}{6}(x+3) \Leftrightarrow y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

- $\underline{AN}$: $m_{AN} = \frac{6+1}{-5-1} = -\frac{7}{6}$

$AN \equiv y-6 = -\frac{7}{6}(x+5) \Leftrightarrow y = -\frac{7}{6}x + \frac{1}{6}$

- $\underline{BP}$: $m_{BP} = \frac{-4-4}{-1+1} = -\frac{8}{0}$

$BP \equiv x = -1$

(b) Ecrire les coordonnées du centre de gravité du triangle

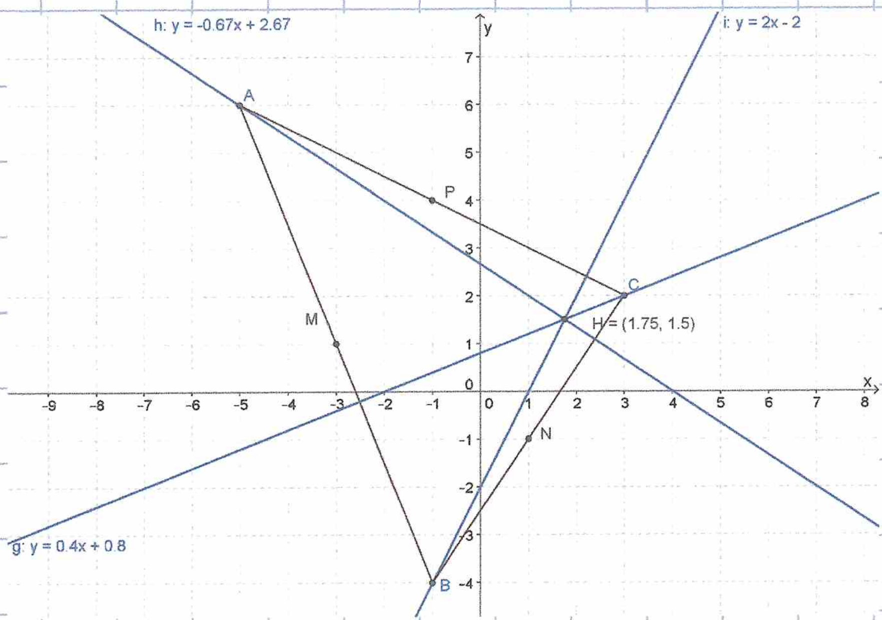
On résoud le système

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -\frac{1}{6} + \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$G : \left(-1, \frac{4}{3}\right)$

(c) Ecrire l'équation des hauteurs



• $\underline{h}_A$ $\quad m_{BC} = \dfrac{-4-2}{-1-3} = \dfrac{3}{2} \Rightarrow m_{h_A} = -\dfrac{2}{3}$

$h_A \equiv y - 6 = -\dfrac{2}{3}(x+5) \Leftrightarrow y = -\dfrac{2}{3}x + \dfrac{8}{3}$

• $\underline{h}_B$ $\quad m_{AC} = \dfrac{2-6}{3+5} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow m_{h_B} = 2$

$h_B \equiv y + 4 = 2(x+1) \Leftrightarrow y = 2x - 2$

• $\underline{h}_C$ $\quad m_{AB} = \dfrac{-4-6}{-1+5} = -\dfrac{5}{2} \Rightarrow m_{h_C} = \dfrac{2}{5}$

$y - 2 = \dfrac{2}{5}(x-3) \Leftrightarrow y = \dfrac{2}{5}x + \dfrac{4}{5}$

(d) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre

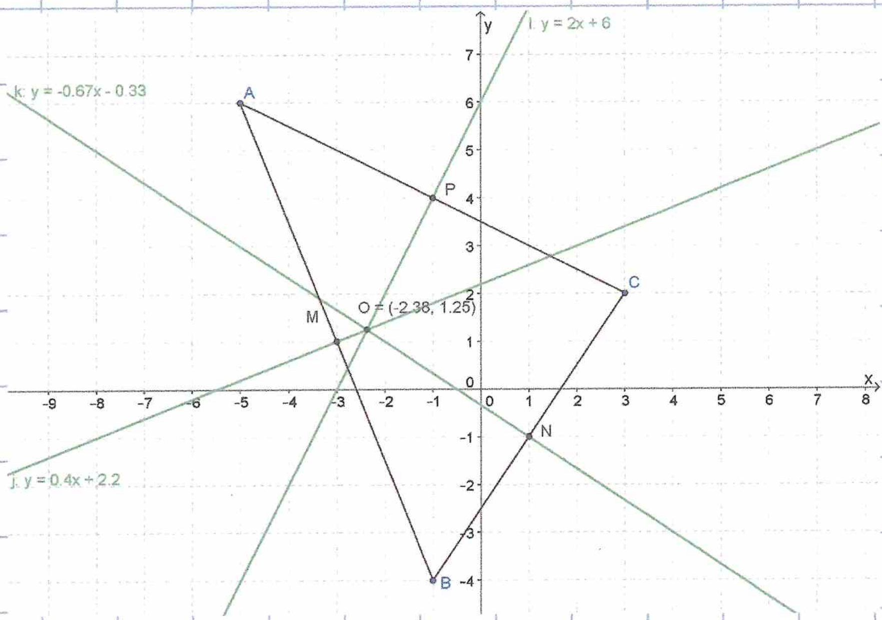
On résoud le système :

$$\begin{cases} y = 2x - 2 \\ y = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5} \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 2x - 2 = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5} \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} 10x - 10 = 2x + 4 \\ y = 2x - 2 \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} 8x = 14 \\ y = 2x - 2 \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} \\ y = \frac{7}{2} - 2 \end{cases} \qquad H : \left(\frac{7}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

(e) Ecrire l'équation des médiatrices du triangle



- $m_{[AB]} \equiv y - 1 = \frac{2}{5}(x+3)$

$$\equiv y = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5}$$

- $m_{[BC]} \equiv y + 1 = -\frac{2}{3}(x-1)$

$$\equiv y = -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$$

- $m_{[AC]} \equiv y - 4 = 2(x+1)$

$$\equiv y = 2x + 6$$

(f) Déterminer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle

On résoud le système

$$\begin{cases} y = 2x + 6 \\ y = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5} \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2x+6 \\ 2x+6 = \frac{2}{5}x + \frac{11}{5} \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} y = 2x + 6 \\ 10x + 30 = 2x + 11 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2x+6 \\ 8x = -19 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} x = -\frac{19}{8} \\ y = -\frac{19}{4} + 6 \end{cases} \qquad O : \left(-\frac{19}{8}, \frac{5}{4}\right)$$

7. Calculer la distance de

(a) $A(1,1)$ à $B(5,3)$

$$d(A,B) = \sqrt{(1-5)^2+(3-1)^2}$$

$$= \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(b) $A(-1,-5)$ à $B(2,-3)$

$$d(A,B) = \sqrt{(-1-2)^2+(-5+3)^2}$$

$$= \sqrt{9+4}$$

$$= \sqrt{13}$$

8. ~~12.~~ Calculer la distance du point $A(-2,-3)$ à la droite $d \equiv 8x+15y-24=0$

- On écrit l'équation de $d' \perp d$ et $\ni A$

$d' \perp d \Rightarrow m' = -\frac{1}{m}$

$d \equiv 15y = -8x + 24 \iff y = -\frac{8}{15}x + \frac{24}{15}$

$\Rightarrow m = -\frac{8}{15} \iff m' = \frac{15}{8}$

$d' \equiv y+3 = \frac{15}{8}(x+2)$

$\equiv y = \frac{15}{8}x + \frac{15}{4} - 3$

$\equiv y = \frac{15}{8}x + \frac{3}{4}$

$\equiv 15x - 8y + 6 = 0$

- On cherche les ~~coor~~ coordonnées de I où $\{I\} = d \cap d'$

$$\left\{\begin{array}{l|c|c} & x & y \\ 8x+15y = 24 & -15 & 8 \\ 15x - 8y = -6 & 8 & 15 \end{array}\right.$$

x: $\begin{cases} -120x - 225y = -360 \\ 120x - 64y = -48 \end{cases}$

$-289y = -408$

$\iff y = \frac{408}{289}$

$\iff y = \frac{24}{17}$

y: $\begin{cases} 64x + 120y = 192 \\ 225x - 120y = -90 \end{cases}$

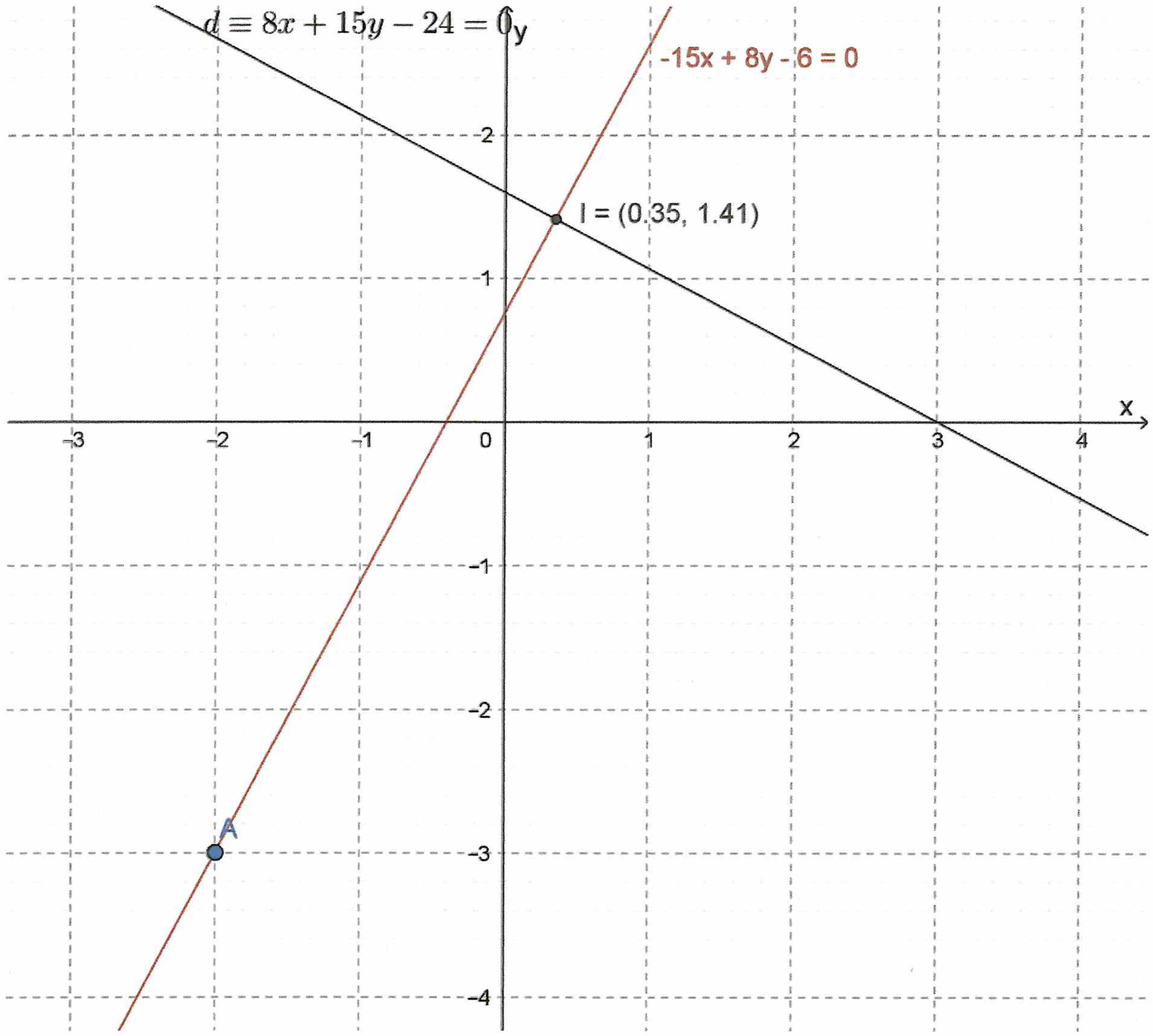
$289x = 102$

$x = \frac{6}{17}$

- $d(A,d) = d(A,I) = \sqrt{\left(-2-\frac{6}{17}\right)^2 + \left(-3-\frac{24}{17}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{1600}{289} + \frac{5625}{289}}$

$= \sqrt{\frac{7225}{289}} = \frac{85}{17} = 5$



$d \equiv 8x + 15y - 24 = 0$
-15x + 8y - 6 = 0
I = (0.35, 1.41)
A
x
y

2 Pour aller plus loin...

1. Trouver la valeur de k tel que la droite $d \equiv 2x - ky + 6 = 0$ soit perpendiculaire à la droite passant par les points $A(2,3)$ et $B(-2,1)$.

$$? \; m_d : \quad d \equiv ky = 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow \quad y = \frac{2}{k} x + \frac{6}{k}$$

$$\Rightarrow \quad m_d = \frac{2}{k}$$

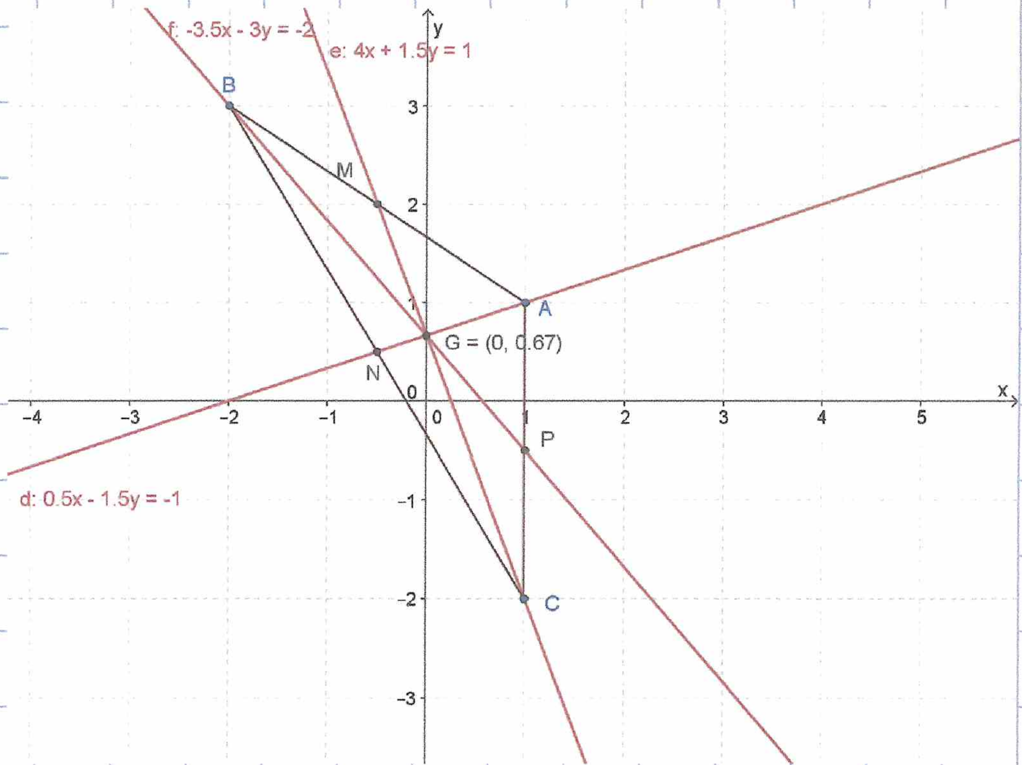
$$m_{AB} = \frac{1-3}{-2-2} = \frac{1}{2}$$

$$m_d = -\frac{1}{m_{AB}} \quad \text{car } d \perp AB$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2}{k} = -2 \quad \Leftrightarrow \quad k = -1$$

2. Dans un triangle, on appelle droite d'Euler la droite passant par le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit au triangle.

   (a) Déterminer le centre de gravité, l'orthocentre et le centre du cercle circonscrit au triangle défini par les sommets $A(1,1)$, $B(-2,3)$ et $C(1,-2)$



$M\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$

$N\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$P\left(1, -\frac{1}{2}\right)$

médiane

MC : $m_{MC} = \dfrac{2+2}{-\frac{1}{2}-1} = \dfrac{4}{-\frac{3}{2}} = -\dfrac{8}{3}$

$MC \equiv y - 2 = -\dfrac{8}{3}\left(x + \dfrac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow y = -\dfrac{8}{3}x - \dfrac{4}{3} + 2 \Leftrightarrow y = -\dfrac{8}{3}x + \dfrac{2}{3}$

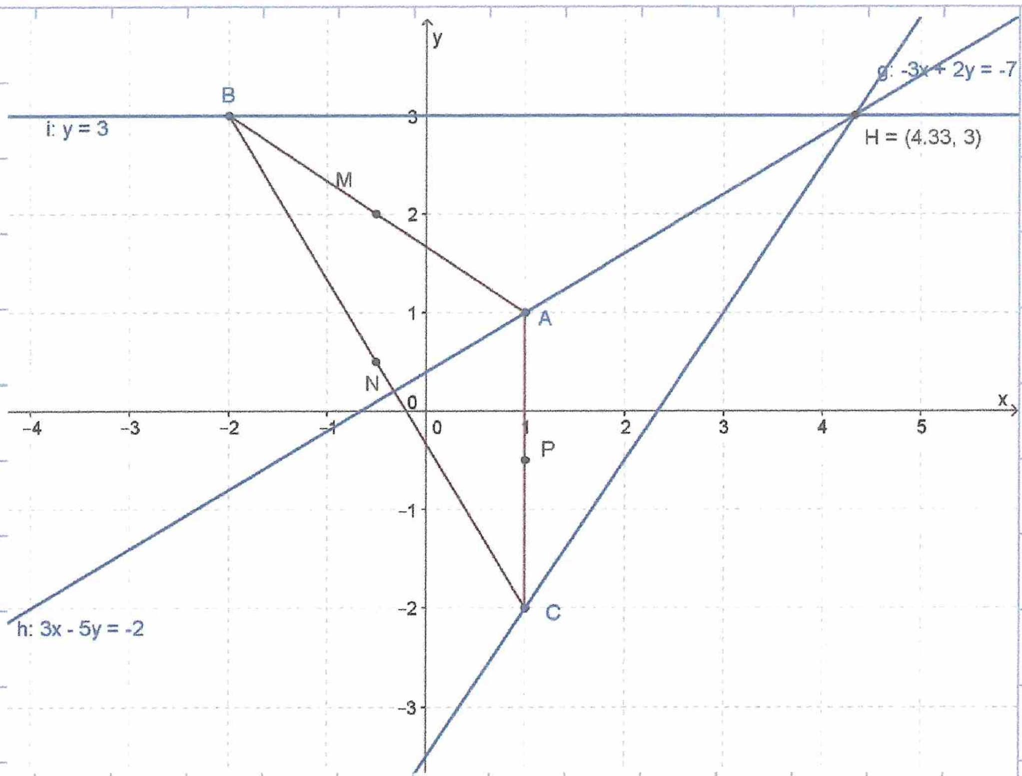
$\Leftrightarrow 8x + 3y - 2 = 0$

BP: $m_{BP} = \dfrac{3 + \frac{1}{2}}{-2-1} = \dfrac{7}{-6}$

$BP \equiv y - 3 = -\dfrac{7}{6}(x+2)$

$\Leftrightarrow y = -\dfrac{7}{6}x - \dfrac{7}{3} + 3 \Leftrightarrow y = -\dfrac{7}{6}x + \dfrac{2}{3}$

$\Leftrightarrow 6y + 7x - 4 = 0$



$h_B \equiv y = 3$

h_A : $m_{BC} = \dfrac{-2-3}{1+2} = -\dfrac{5}{3} \Rightarrow m_{h_A} = \dfrac{3}{5}$

$h_A \equiv y - 1 = \dfrac{3}{5}(x - 1)$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{5}x - \dfrac{3}{5} + 1$

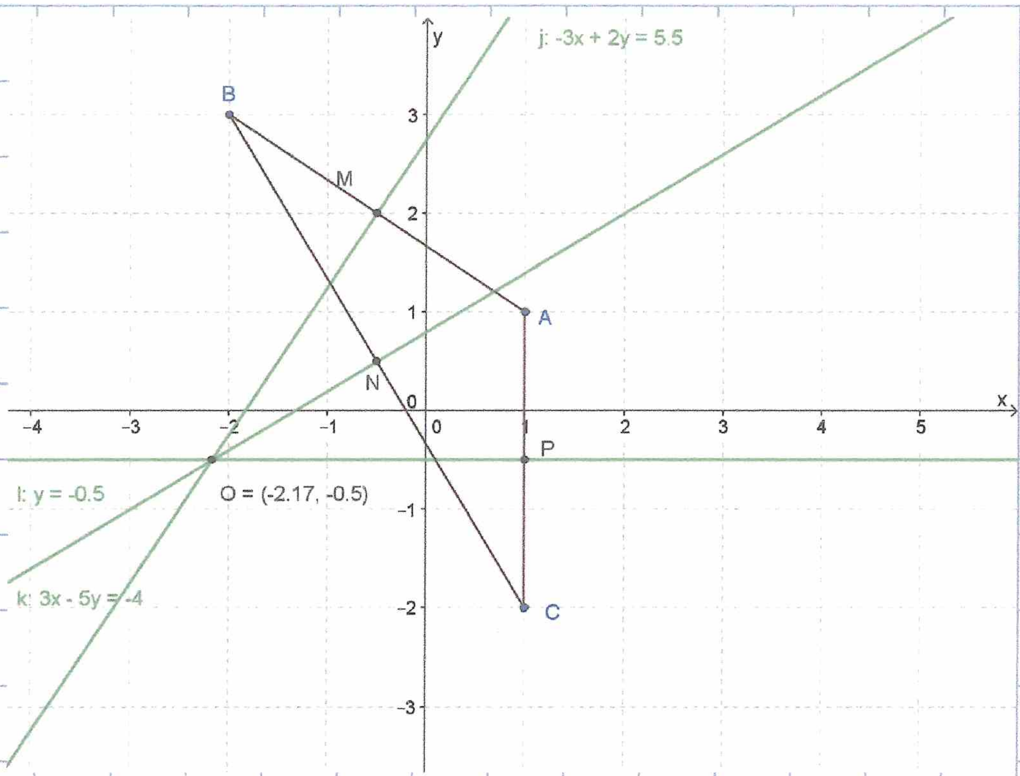
$\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{5}x + \dfrac{2}{5} \Leftrightarrow 3x - 5y + 2 = 0$

h_C: $m_{AB} = \dfrac{3-1}{-2-1} = -\dfrac{2}{3} \Leftrightarrow m_{h_C} = \dfrac{3}{2}$

$h_C \equiv y + 2 = \dfrac{3}{2}(x - 1)$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{2} - 2$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{7}{2} \Leftrightarrow 3x - 2y - 7 = 0$



$$m_{AC} \equiv y = -\frac{1}{2}$$

$$m_{BC} \equiv y - \frac{1}{2} = \frac{3}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{3}{10} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{5}x + \frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5y + 4 = 0$$

$$m_{AB} \equiv y - 2 = \frac{3}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} + 2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{11}{4}$$

$$\Leftrightarrow 6x - 4y + 11 = 0$$

$G: \begin{cases} 8x + 3y - 2 = 0 \\ 7x + 6y - 4 = 0 \end{cases} \begin{array}{c|c} x & y \\ 7 & 2 \\ -8 & -1 \end{array}$

$x \begin{cases} 56x + 21y - 14 = 0 \\ -56x - 48y + 32 = 0 \end{cases}$

$-27y + 18 = 0$

$\Leftrightarrow y = \frac{18}{27}$

$\Leftrightarrow y = \frac{2}{3}$

$y \begin{cases} 16x + 6y - 4 = 0 \\ -7x - 6y + 4 = 0 \end{cases}$

$9x = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$

$G : \left(0, \frac{2}{3}\right)$

$H: \begin{cases} y = 3 \\ 3x - 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 3x - 6 - 7 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = \frac{13}{3} \end{cases}$

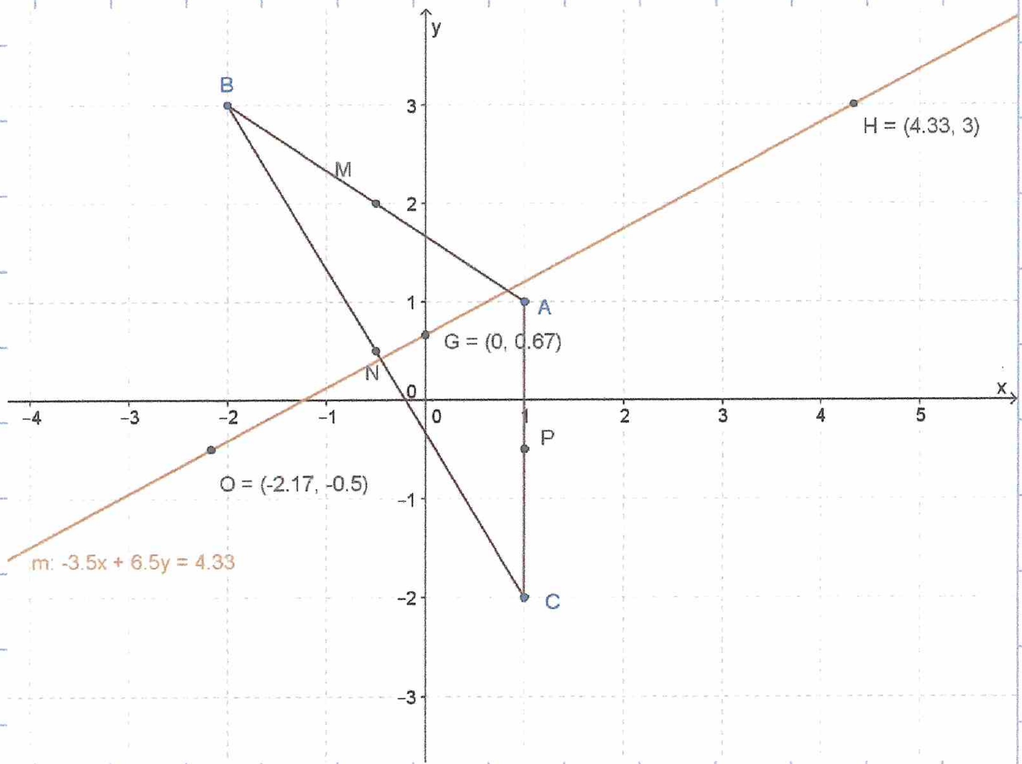
$H: \left(\frac{13}{3}, 3\right)$

$O: \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ 3x - 5y + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ 3x + \frac{5}{2} + 4 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{13}{6} \end{cases}$

$O: \left(-\frac{13}{6}, -\frac{1}{2}\right)$

(b) Vérifier que ces trois points sont alignés et écrire l'équation de la droite d'Euler correspondante.



Dte GH : GH $\equiv y - \frac{2}{3} = \dfrac{\frac{2}{3} - 3}{0 - \frac{13}{3}}(x - 0)$

$\Leftrightarrow y = \dfrac{-\frac{7}{3}}{-\frac{13}{3}}x + \frac{2}{3}$

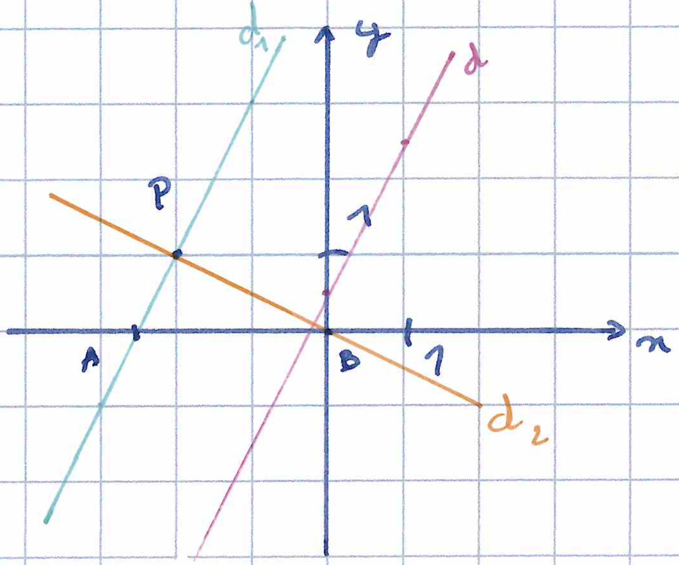
$\Leftrightarrow y = \frac{7}{13}x + \frac{2}{3} \Leftrightarrow 21x - 39y + 26 = 0$

Vérifions que $O \in GH$:

$21\left(-\frac{13}{6}\right) - 39\left(-\frac{1}{2}\right) + 26 \stackrel{?}{=} 0$

$-\frac{91}{2} + \frac{39}{2} + \frac{52}{2} \stackrel{?}{=} 0$ ok

3. On considère un point $P(-2,1)$ et une droite $d \equiv 4x - 2y + 1 = 0$. On mène par P la parallèle d_1 et la perpendiculaire d_2 à d. Déterminer la longueur des côtés du triangle délimité par les droites d_1, d_2 et l'axe Ox.



$d \equiv y = 2x + \frac{1}{2}$

$d_1 \equiv y - 1 = 2 \cdot (x+2) \Leftrightarrow y = 2x + 5$

$d_1 \cap Ox : \begin{cases} y = 0 \\ x = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow A\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$

$d_2 \equiv y - 1 = -\frac{1}{2}(x+2) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x$

$d_2 \cap Ox : \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$ $B(0,0)$

$|AP| = \sqrt{\left(-\frac{5}{2}+2\right)^2 + (0-1)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$|BP| = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$|AB| = \sqrt{\frac{25}{4} + 0} = \frac{5}{2}$

4. Soit l'équation $(k+1)x + ky = k - 1$. Cette équation est celle d'un faisceau de droite [1].

(a) Déterminer k pour que cette droite soit parallèle à Ox.

le coef de x est nul $\Leftrightarrow k = -1$

(b) Déterminer k pour que cette droite passe par 0.

le terme indépendant est nul $\Leftrightarrow k = 1$

(c) Déterminer k pour que cette droite passe par (4,-3).

$(k+1).4 + k(-3) = k - 1 \Leftrightarrow k + 4 = k - 1 \Rightarrow$ imp

5. On donne les points $A(2,3)$, $B(-3,1)$ et $C(0,-2)$

(a) Démontrer que le triangle ABC est isocèle.

$|AB| = \sqrt{(-3-2)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

$|AC| = \sqrt{(0-2)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{29}$

$\Rightarrow$ isocèle

$|BC| = \sqrt{(0+3)^2 + (-2-1)^2} = 3\sqrt{2}$

(b) Démontrer que les médianes issues de B et de C ont même longueur.

M = milieu de $[AC]$: $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ et N = milieu de $[AB]$: $\left(-\frac{1}{2}, 2\right)$

$|MB| = \sqrt{(1+3)^2 + \left(\frac{1}{2} - 1\right)^2} = \sqrt{4 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

$|NC| = \sqrt{\left(-\frac{1}{2} - 0\right)^2 + (2+2)^2} = \frac{\sqrt{17}}{2}$

1. Ce faisceau sera illustré graphiquement en classe

6. ~~15~~. On donne les points $A(1,-2)$ et $B(2,4)$

(a) Ecrire l'équation de la droite AB

$$m_{AB} = \frac{4-(-2)}{2-1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$AB \equiv y+2 = 6(x-1)$$

$$\equiv y = 6x - 6 - 2$$

$$\equiv y = 6x - 8$$

(b) Trouver les coordonnées du point C, intersection de AB et de l'axe des ordonnées.

$$C : \begin{cases} x = 0 \\ y = 6x - 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow C : (0, -8)$$

(c) Ecrire l'équation de la parallèle à Ox passant par C. Soit d cette droite.

$d \parallel Ox \Leftrightarrow d \equiv y = k$

$C \in d \Leftrightarrow -8 = k \Rightarrow d \equiv y = -8$

(d) Ecrire l'équation de la perpendiculaire à d passant par B. Soit d' cette droite.

$d' \perp d \Leftrightarrow d' \parallel Ox \Leftrightarrow d' \equiv x = k'$

$B \in d' \Leftrightarrow 2 = k' \Leftrightarrow d' \equiv x = 2$

(e) Trouver les coordonnées de D, intersection de d et d'.

$$\{D\} = d \cap d' \iff D : \begin{cases} y = -8 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\rightarrow D : (2, -8)$$

(f) Ecrire l'équation de la droite d'', perpendiculaire à AB et passant par D

$$d'' \perp AB \text{ et } \ni D$$

- $d'' \perp AB \iff m'' = -\dfrac{1}{m_{AB}} = -\dfrac{1}{6}$
- $d'' \equiv y - (-8) = -\dfrac{1}{6}(x - 2)$

$$\equiv y = -\frac{1}{6}x + \frac{1}{3} - 8$$

$$\equiv y = -\frac{1}{6}x - \frac{23}{3}$$

ou $d'' \equiv x + 6y + 46 = 0$

(g) Calculer les coordonnées du point E, intersection de d'' et de Ox.

$$E : \begin{cases} y = 0 \\ x + 6y + 46 = 0 \end{cases}$$

$$E : (-46, 0)$$

(h) Ecrire l'équation de la parallèle à AB passant par E.

$d'' \parallel AB$ et $\ni E$

$$d'' \equiv y - 0 = 6(x + 46)$$

$$\equiv y = 6x + 276$$

(i) Calculer la distance de E à B.

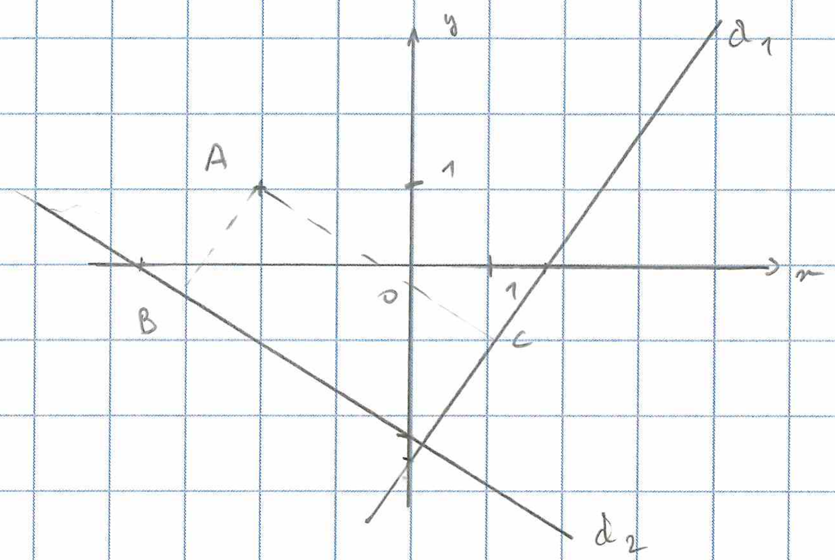
$$d(E,B) = \sqrt{(-46-2)^2+(0-4)^2}$$

$$= \sqrt{2304+16}$$

$$= \sqrt{2320}$$

$$= 4\sqrt{145}$$

7. ~~16~~. On donne les équations $d_1 \equiv 3x - 2y - 5 = 0$ et $d_2 \equiv 2x + 3y + 7 = 0$ de deux des côtés d'un rectangle dont un des sommets est $A(-2, 1)$. Déterminer l'aire de ce rectangle.



$\mathcal{A} = d(A, d_1) \cdot d(A, d_2)$

$m_1 = \frac{3}{2}$

$m_2 = -\frac{2}{3}$

$*$ $d(A, d_1)$: • $d_1' \perp d_1$ et $\ni A$:

$y - 1 = -\frac{2}{3}(x+2) \iff 2x + 3y + 1 = 0$

• $\{C\}$: $\begin{cases} 3x - 2y - 5 = 0 \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow C : (1, -1)$

$\Rightarrow d(A, d_1) = \sqrt{(1+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{13}$

$*$ $d(A, d_2)$: • $d_2' \perp d_2$ et $\ni A$:

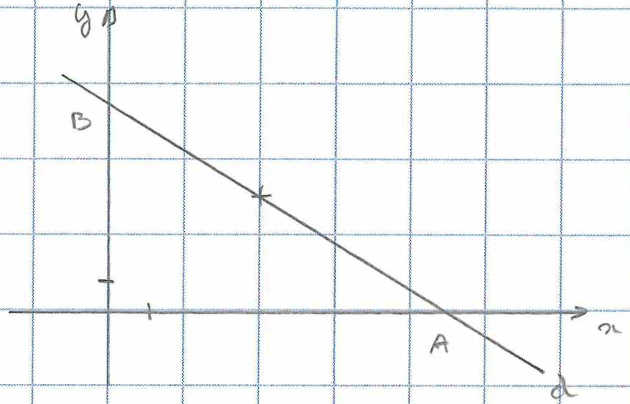
$y - 1 = \frac{3}{2}(x+2) \iff -3x + 2y - 8 = 0$

• $\{B\}$: $\begin{cases} 2x + 3y + 7 = 0 \\ -3x + 2y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow B : \left(-\frac{38}{13}, -\frac{5}{13}\right)$

$\Rightarrow d(A, d_2) = \sqrt{\left(-\frac{38}{13} + 2\right)^2 + \left(-\frac{5}{13} - 1\right)^2} = \frac{6\sqrt{13}}{13}$

$\Rightarrow \mathcal{A} = 6$

8. ~~17~~. On fait passer par le point $M(4,3)$ une droite qui forme avec les axes de coordonnées un triangle d'aire 24 (u.a.). Déterminer les coordonnées des points d'intersectrion de cette droite avec les axes.



$d \equiv y - 3 = m(x-4)$

$\{A\} : d \cap ox \iff -3 = m(x-4)$

$\iff x = -\frac{3}{m} + 4$

$\{B\} : d \cap oy \iff y = 3 - 4m$

$\mathcal{A} = \frac{1}{2}(3-4m)\,\frac{-3+4m}{m}$

$= 24$

$\iff -(4m-3)^2 = 48m$

$\iff -16m^2 + 24m - 9 - 48m = 0$

$\iff -16m^2 - 24m - 9 = 0$

$\iff -(4m+3)^2 = 0$

$\iff m = -\frac{3}{4} \longrightarrow A : (8,0)$ et $B : (0,6)$