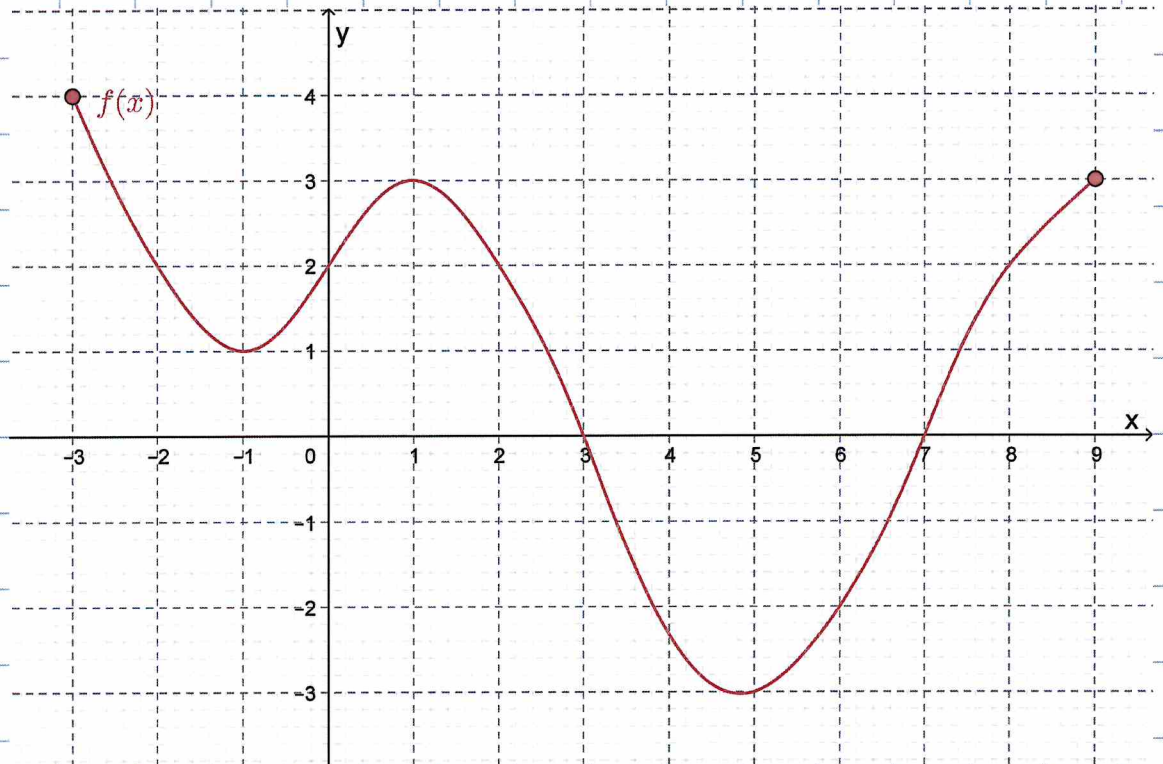


Fonctions - Aspects graphiques : Solutions

1 Exercices de base

1. Pour chaque graphique suivant, déterminer le domaine et l'ensemble image.

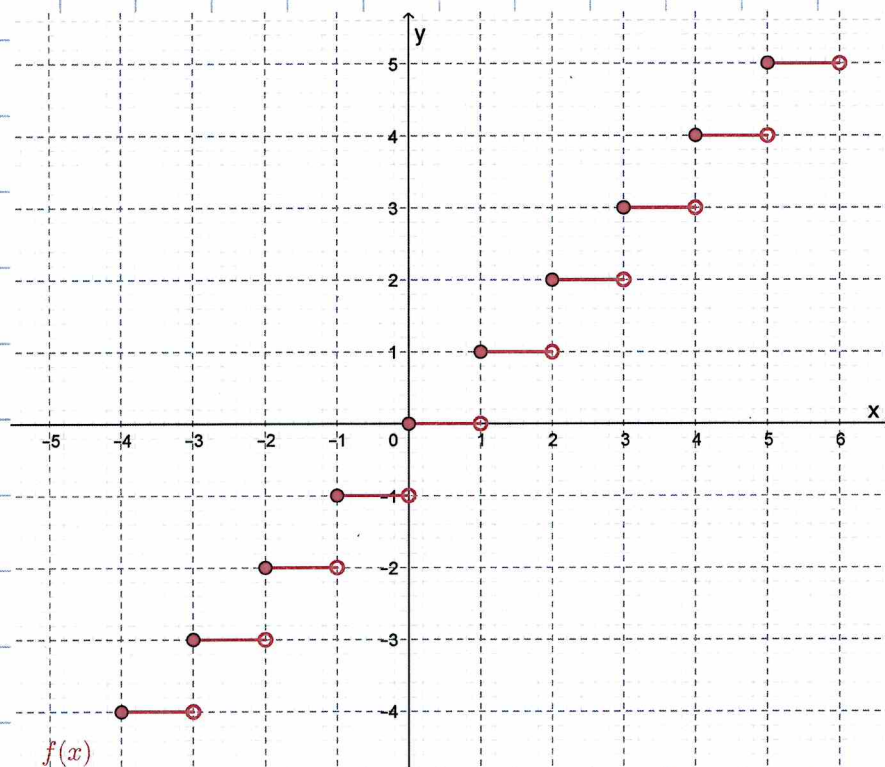
(a)



$$\text{dom } f : [-3, 9]$$

$$\text{im } f : [-3, 4]$$

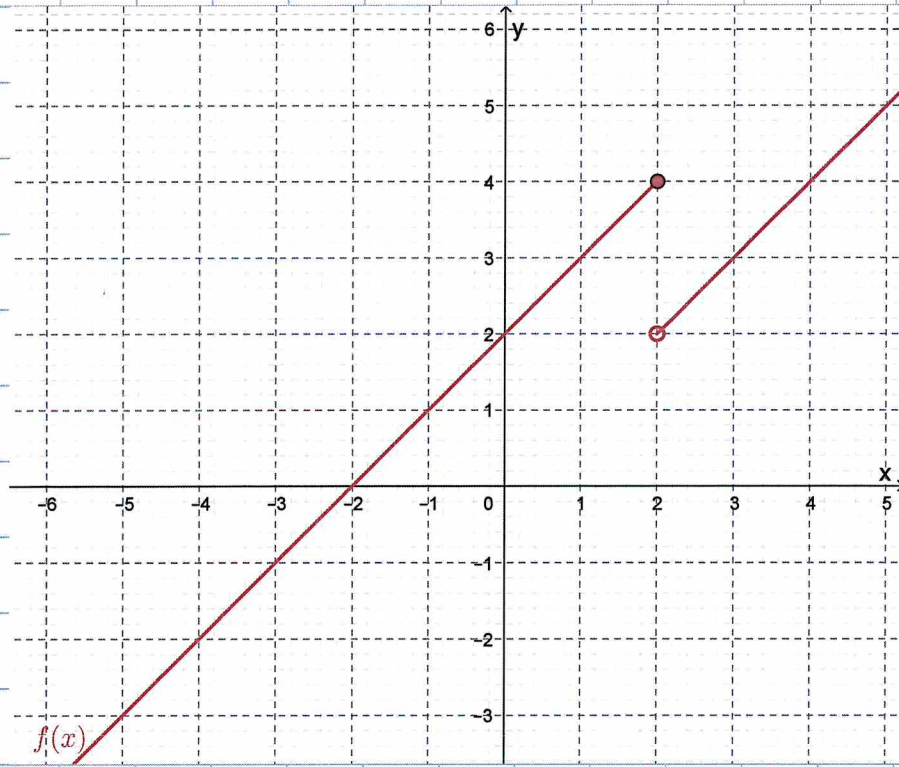
(b)



$$\text{dom } f : [-4, 6[$$

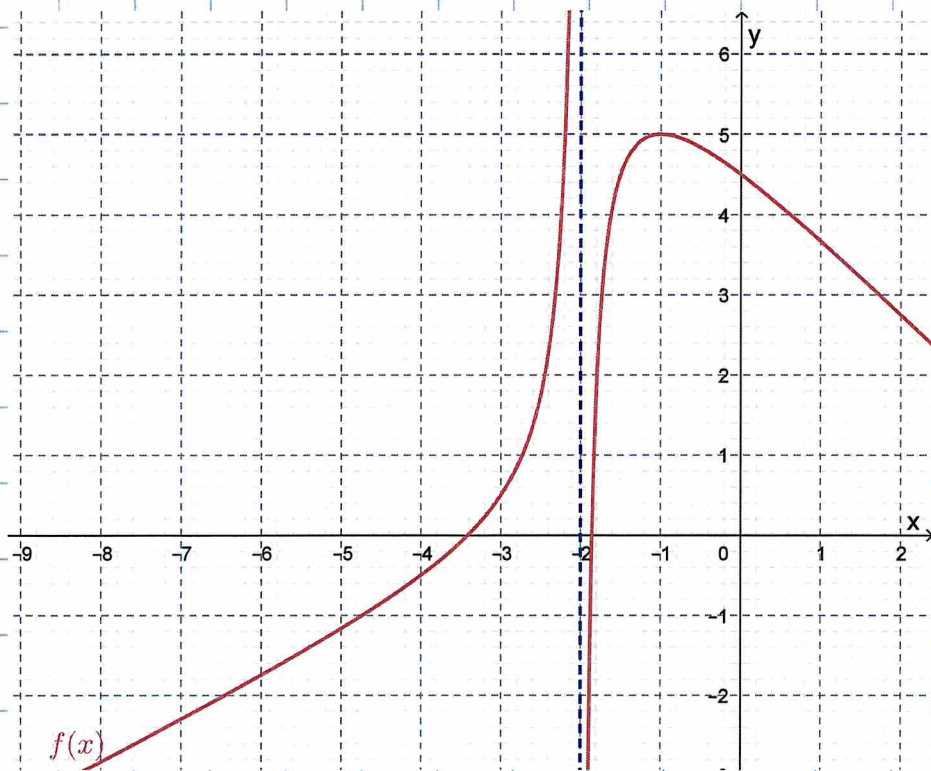
$$\text{im } f : [-4, 5]$$

(c)



$\text{dom } f : \mathbb{R}$ $\text{im } f : \mathbb{R}$

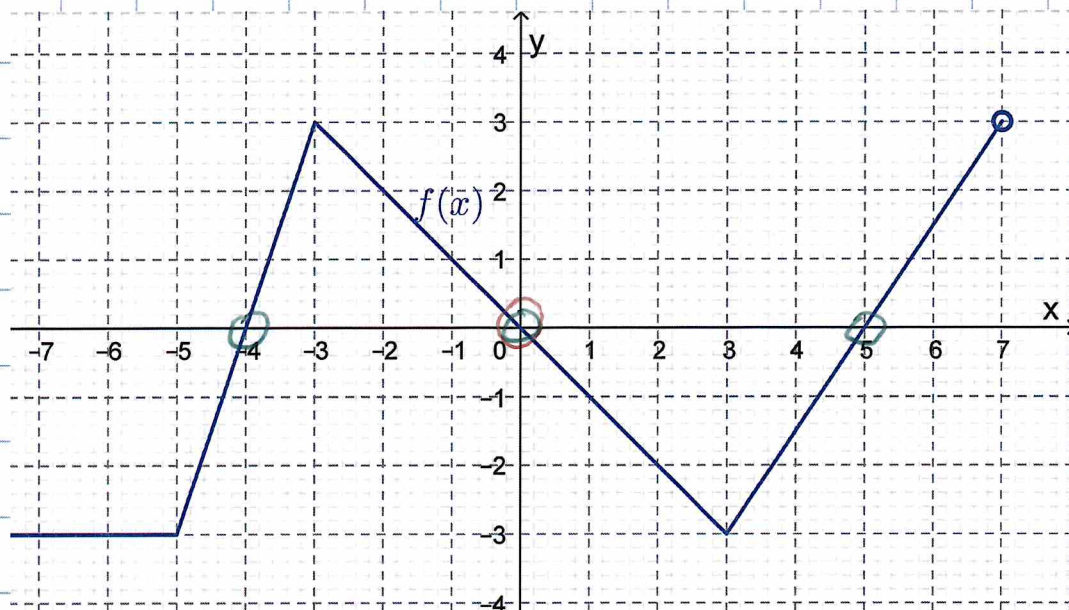
(d)



$\text{dom } f : \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $\text{im } f : \mathbb{R}$

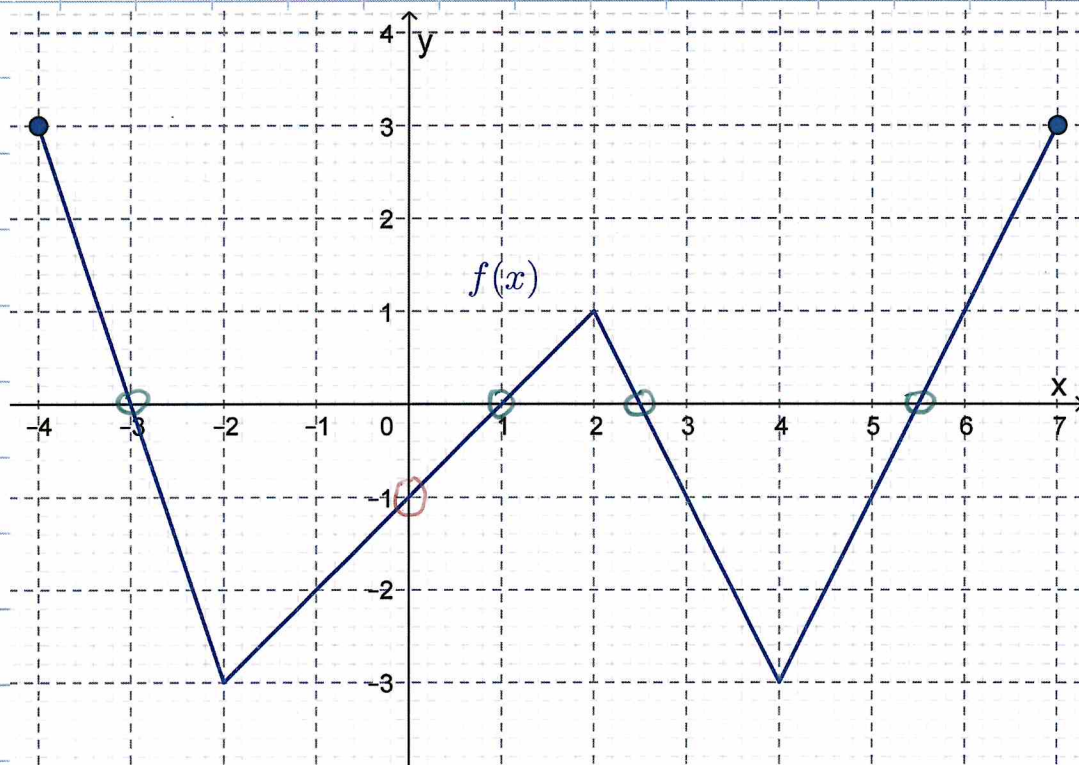
2. Sur chaque graphique marquer en vert les racines et en rouge l'ordonnée à l'origine des fonctions suivantes. Donner ensuite leurs valeurs.

(a)



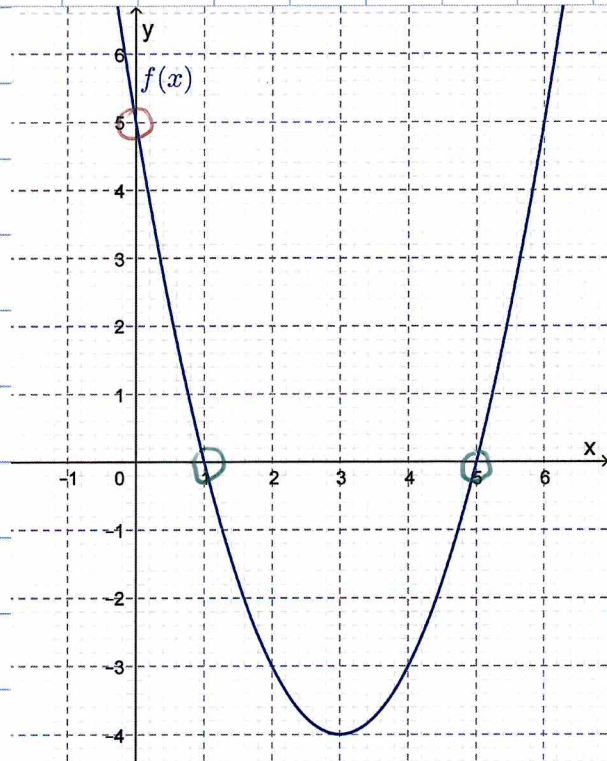
racines (= zéros) : $x = -4$, $x = 0$, $x = 5$
ord. à l'origine : $y = 0$

(b)



racines : $x = -3$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 5$
ord. à l'origine : $y = -1$

(c)

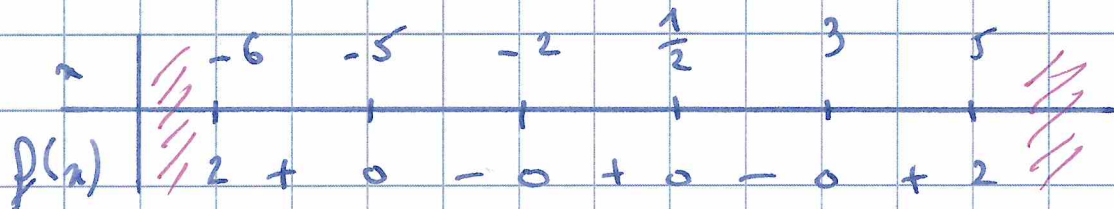
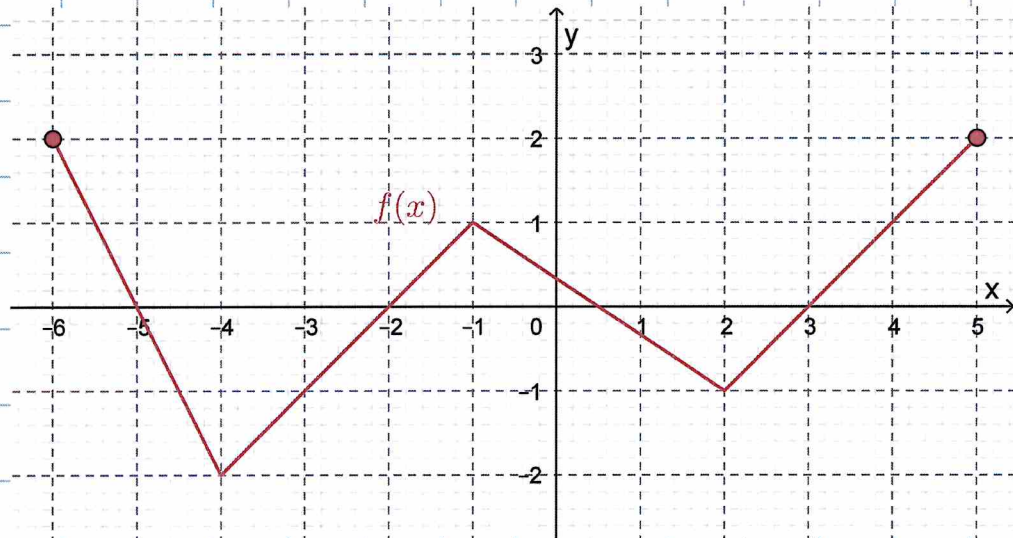


racins : $x=1, x=5$

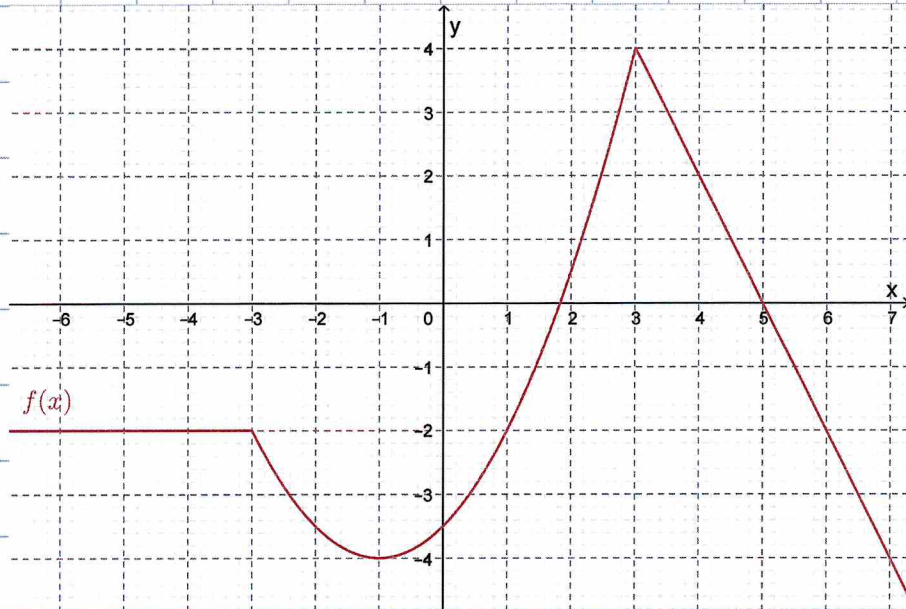
ord. à l'origine : $y=5$

3. Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes :

(a)

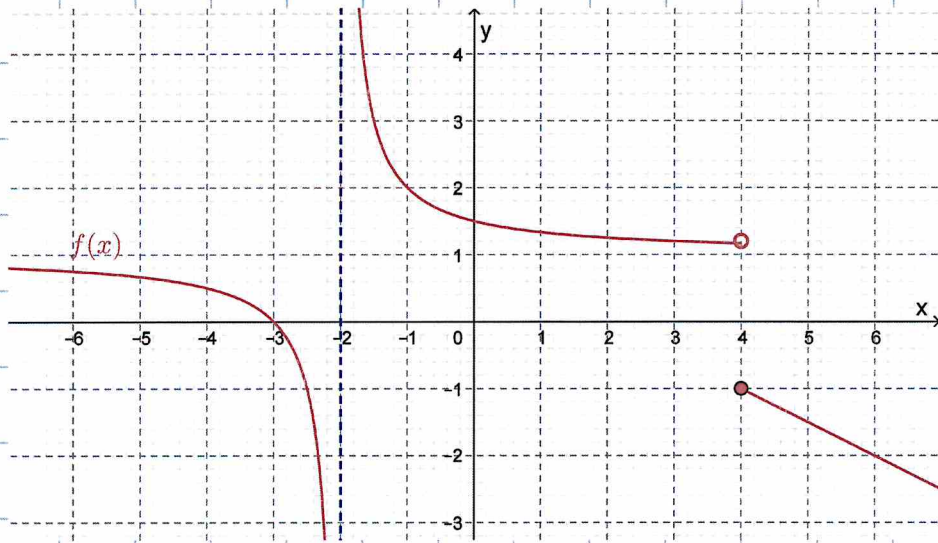


(b)



| | | | | | |
|--------|---|-----|---|---|---|
| x | | 1,8 | | 5 | |
| $f(x)$ | - | 0 | + | 0 | - |

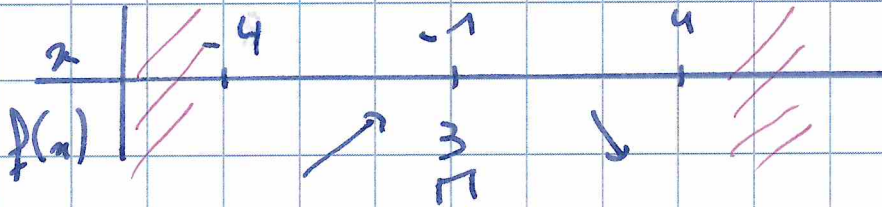
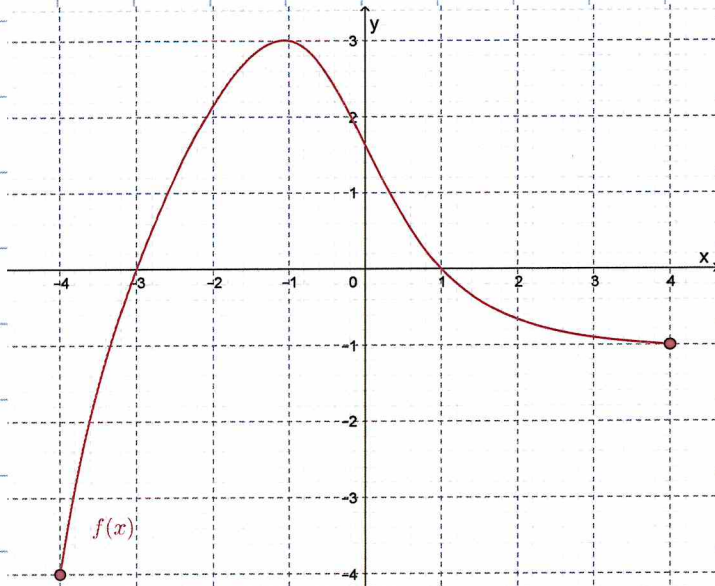
(c)



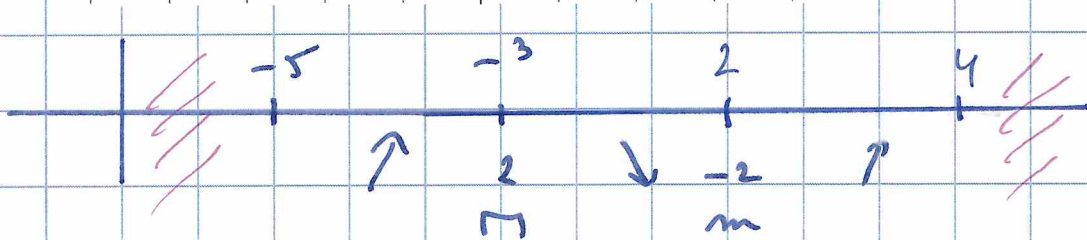
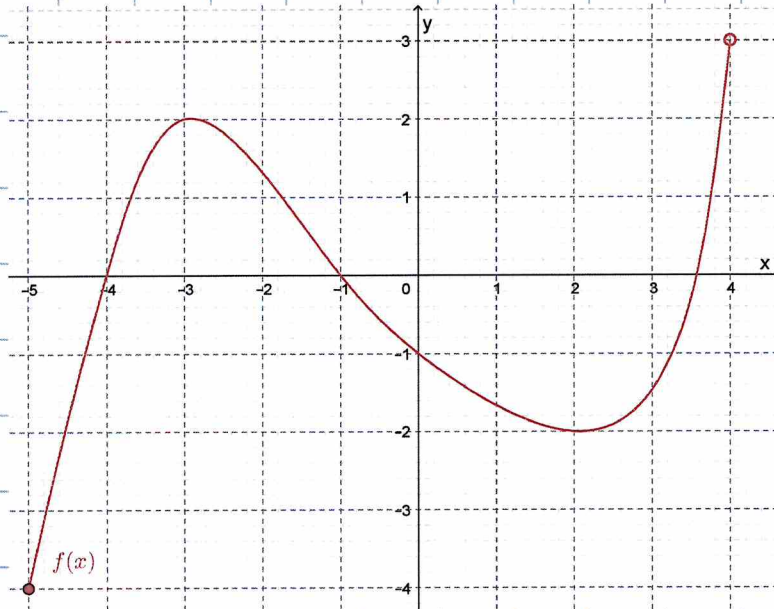
| | | | | | | | |
|--------|---|----|---|----------|---|-------|---|
| x | | -3 | | -2 | | 4 | |
| $f(x)$ | + | 0 | - | ∞ | + | $1,2$ | - |

4. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes :

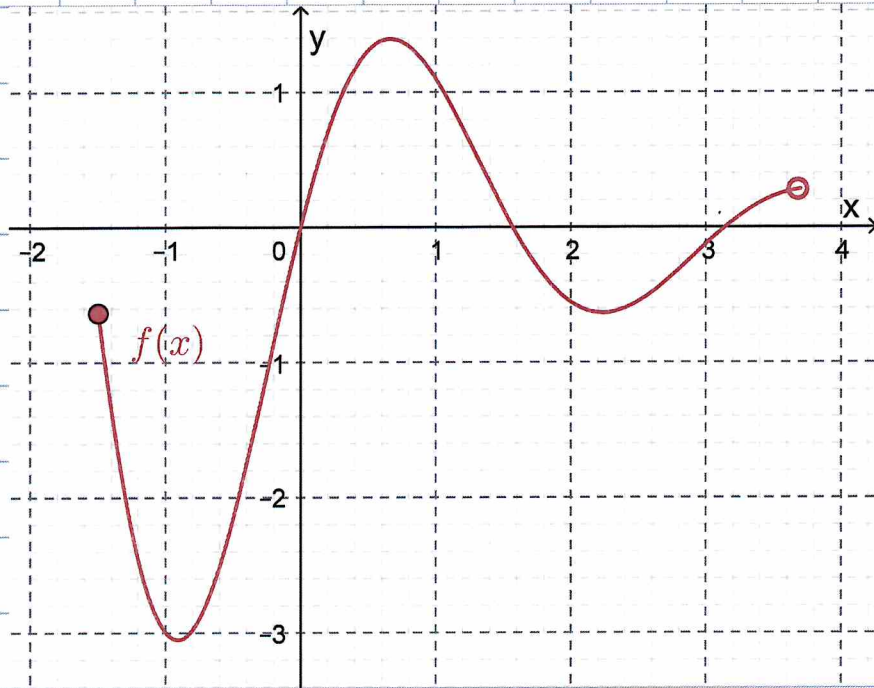
(a)



(b)



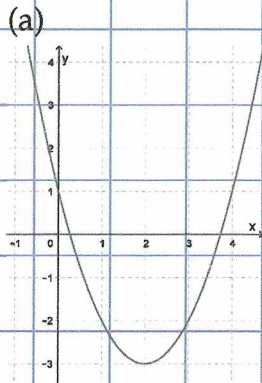
(c)



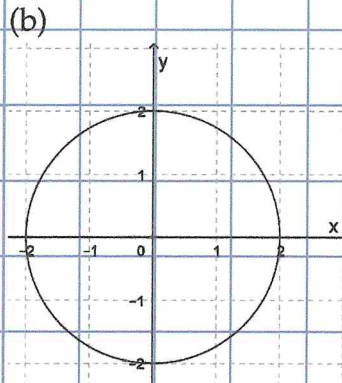
| x | $-1,5$ | $-0,9$ | $0,7$ | $2,2$ | $3,7$ |
|--------|-------------------------|---------------------|-------------------------|------------|-------|
| $f(x)$ | $\downarrow -3,05$ m | $\uparrow 1,4$ M | $\downarrow -0,65$ m | \uparrow | |

2 Exercices récapitulatifs

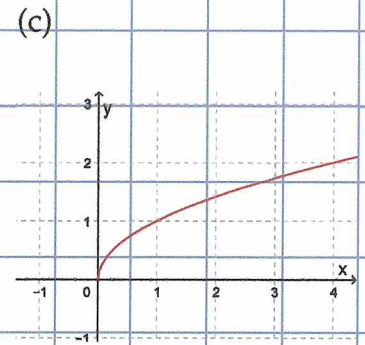
1. Tous les graphiques suivants représentent des relations. Parmi ceux-ci, quels sont ceux qui représentent une fonction ?



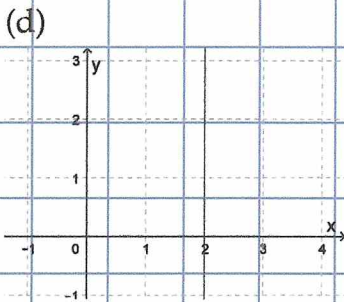
oui



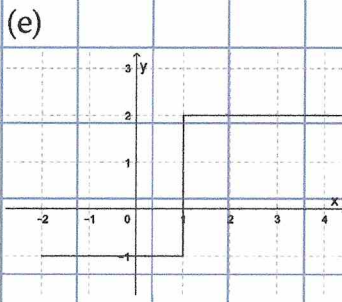
non



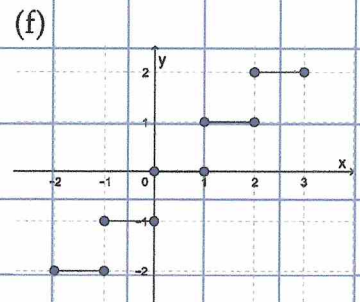
oui



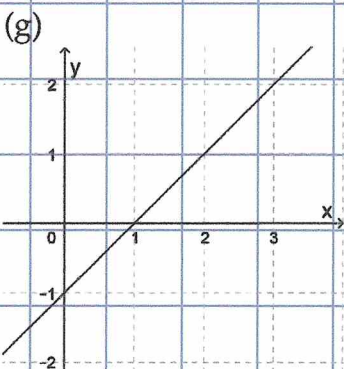
non



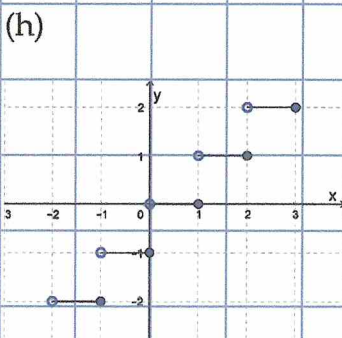
non



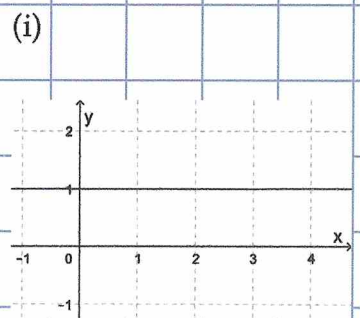
non



oui



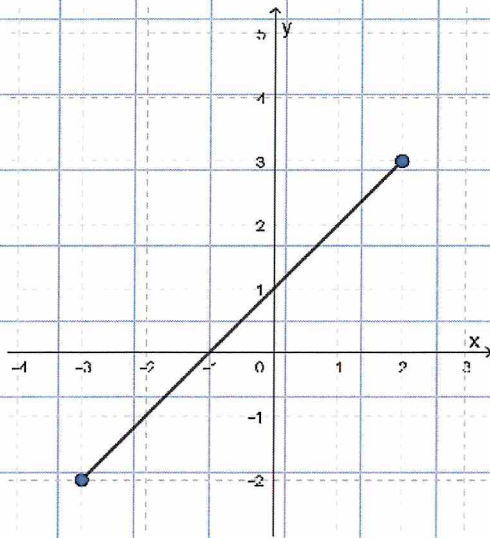
oui



oui

2. Pour chacune des fonctions représentées ci-dessous, déterminer le domaine, l'ensemble image, le(s) zéro(s), l'ordonnée à l'origine et compléter les égalités.

(a)



- dom_f : $[-3, 2]$

- im_f : $[-2, 3]$

- Zéro(s): $x = -1$

- Ord. à l'origine: $y = 1$

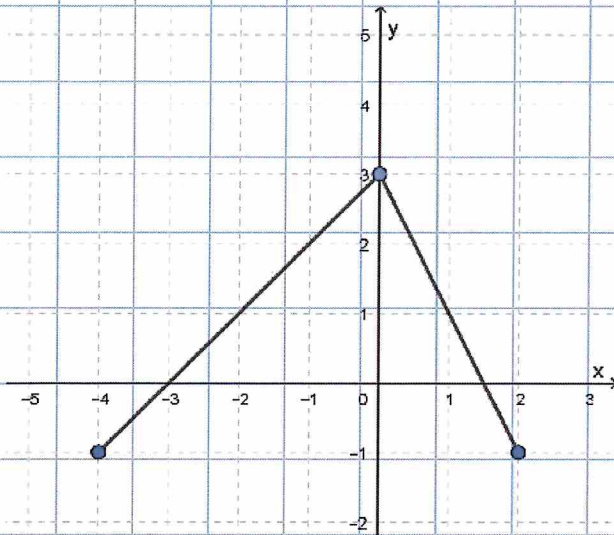
- $f(1) = 2$

- $f(-2) = -1$

- $f(1) = 2$

- $f(-2) = -1$

(b)



- dom_f : $[-4, 2]$

- im_f : $[-1, 3]$

- Zéro(s): $x = -3$ et $x \approx 1,5$

- Ord. à l'origine: $y = 3$

- $f(-1) = 2$

- $f(2) = -1$

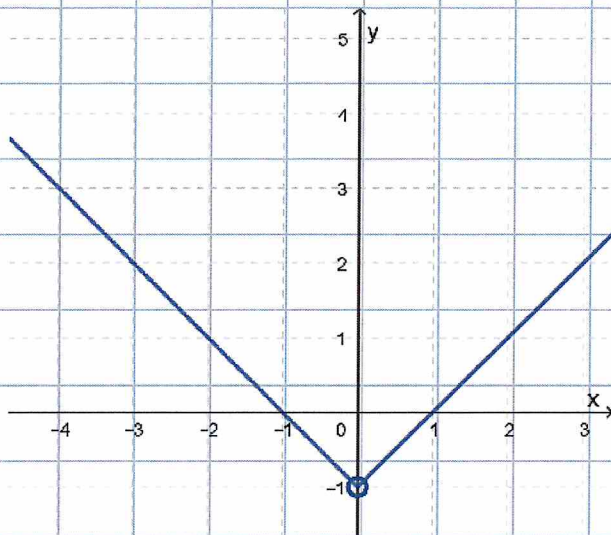
- $f(\otimes) = 1$

\otimes $x = -2$ et $x = 1$

- $f(\square) = 2$

\square $x = -1$ et $x \approx 0,5$

(c)



- dom_f : $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ ou \mathbb{R}_0

- im_f : $] -1, +\infty$

- Zéro(s): $x = -1$ et $x = 1$

- Ord. à l'origine: /

- $f(2) = 1$

- $f(-2) = 1$

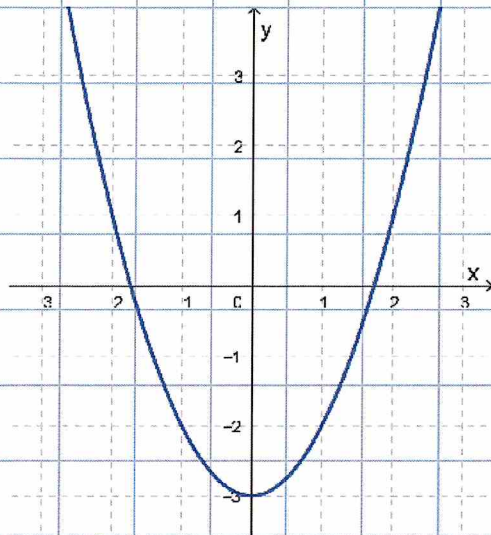
- $f(\ast) = 2$

\ast $x = -3$ et $x = 3$

- $f(\square) = 0$

\square $x = -1$ et $x = 1$

(d)



- dom_f : \mathbb{R}

- im_f : $[-3, +\infty)$

- Zéro(s): $x \approx -1,7$ et $x \approx 0,7$

- Ord. à l'origine: $y = -3$

- $f(2) = 1$

- $f(-2) = 1$

- $f(\cdot) = -2$

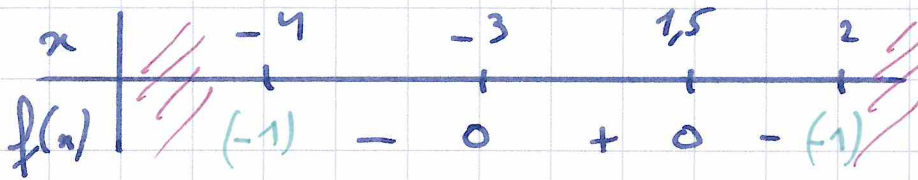
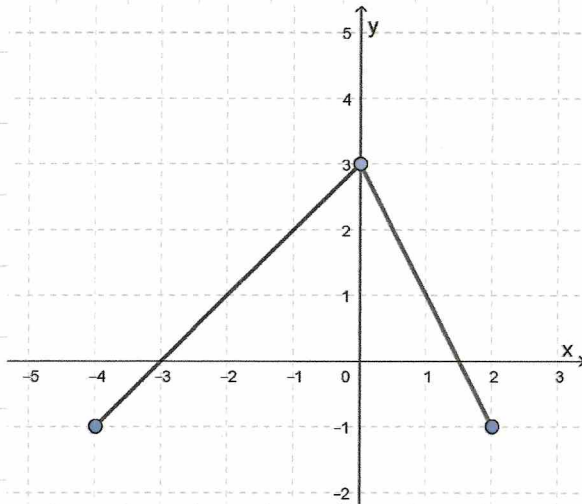
* $x \approx -1$ et $x = 1$

- $f(\cdot) = 2$

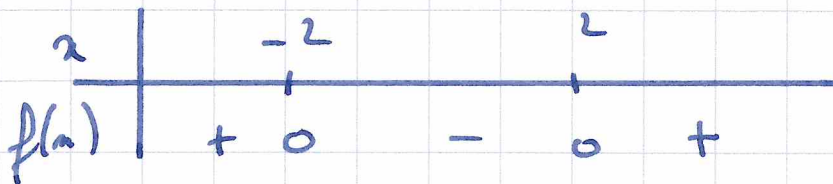
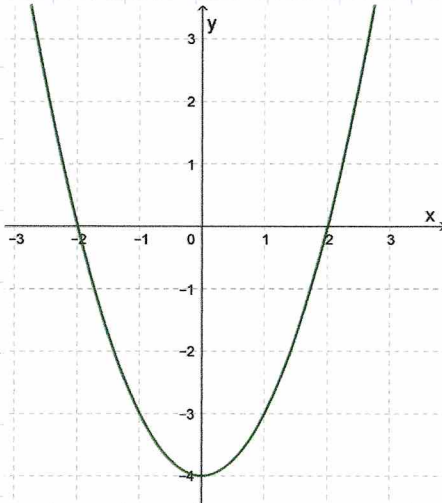
□ $x \approx -2,3$ et $x \approx 2,3$

3. Etudier le signe des fonctions suivantes :

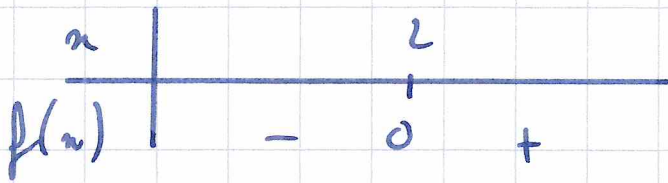
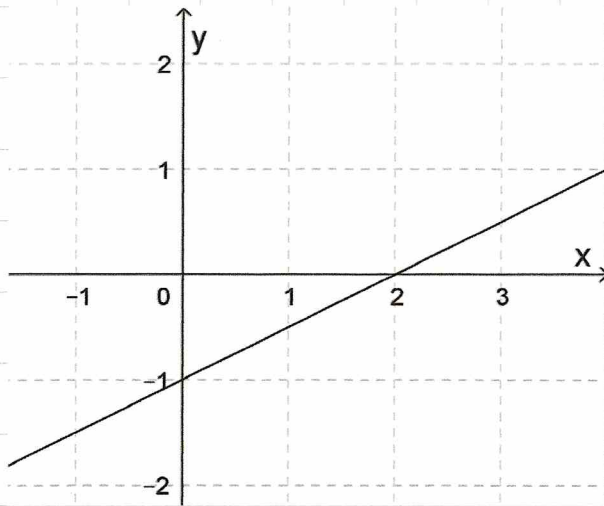
(a)



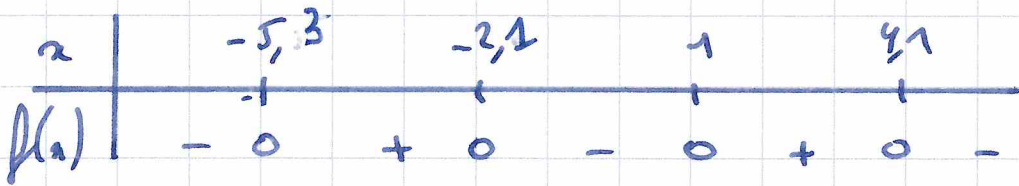
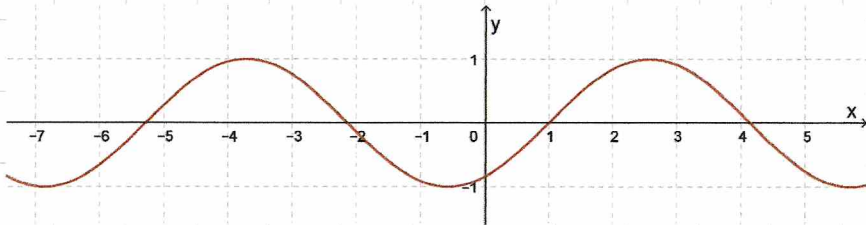
(b)



(c)

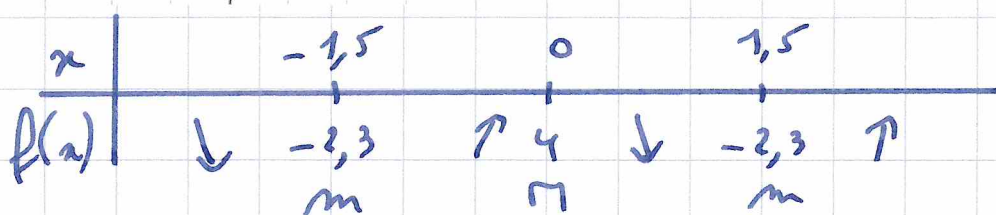
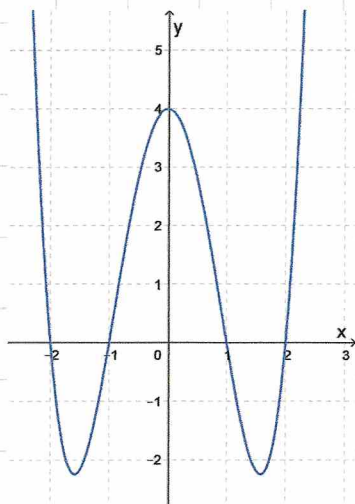


(d)

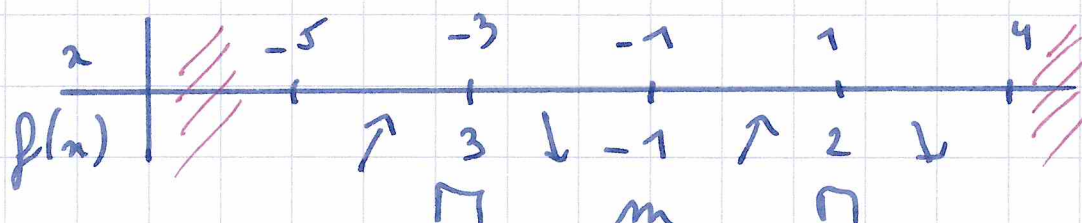
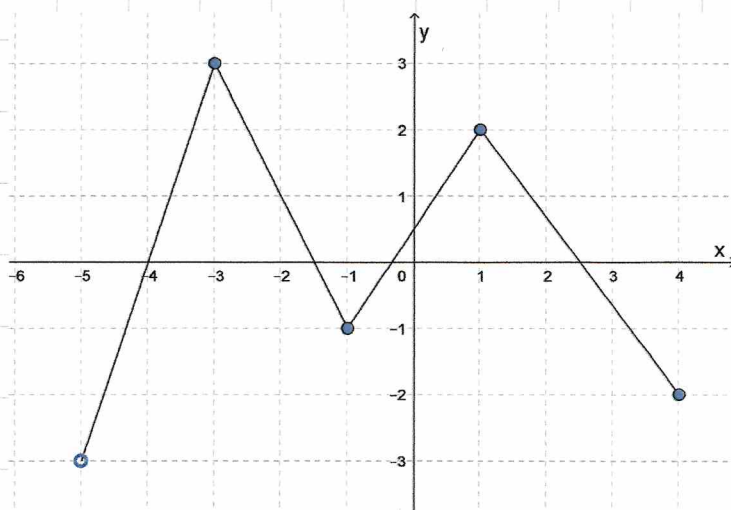


4. Etudier la variation et les extrémums des fonctions suivantes.

(a)

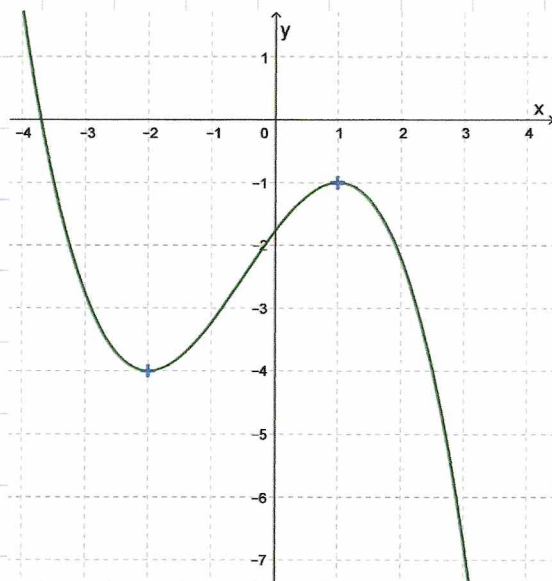


(b)

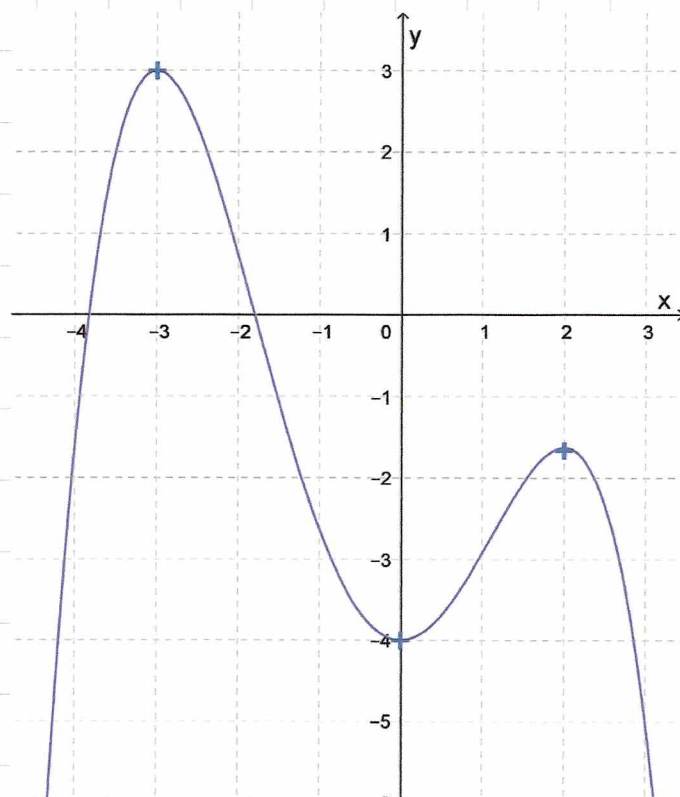


5. Représenter une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

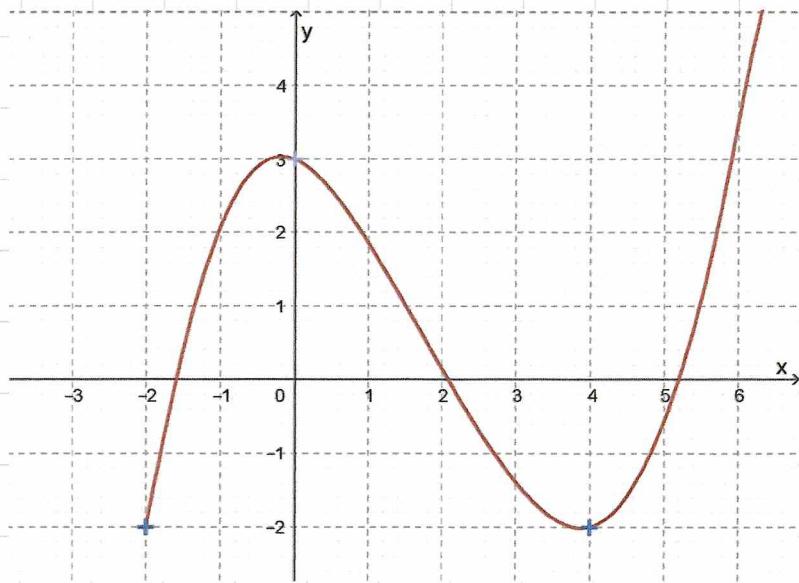
| | | | | |
|------------|-----------|---------------------------|---------------------------|------------|
| x | $-\infty$ | -2 | 1 | $+\infty$ |
| (a) $f(x)$ | | \searrow -4 m | \nearrow -1 M | \searrow |



| | | | | | |
|------------|-----------|--------------------------|---------------------------|-------------------------------------|------------|
| x | $-\infty$ | -3 | 0 | 2 | $+\infty$ |
| (b) $f(x)$ | | \nearrow 3 M | \searrow -4 m | \nearrow $-\frac{5}{3}$ M | \searrow |

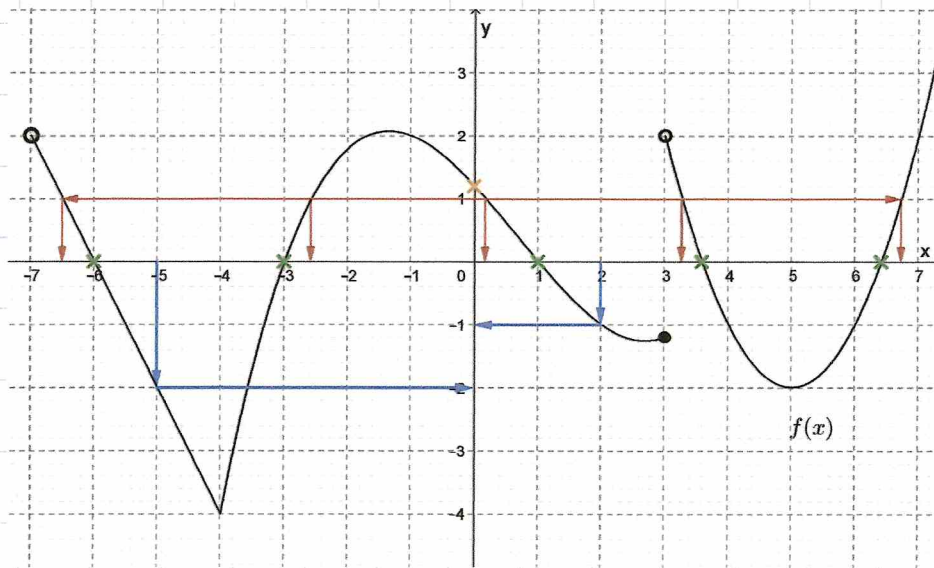


| | | | | | |
|------------|-----------|------|----------|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -2 | 0 | 4 | $+\infty$ |
| (c) $f(x)$ | | -2 | 3 M | -2 m | |



6. On donne le graphe des fonctions suivantes ci-dessous. Pour chaque fonctions, déterminer :

(a)



- le domaine de définition,

$$] -7, +\infty$$

- l'ensemble image,

$$[-4, +\infty$$

- l'image de -5 et 2 par la fonction (pour le dernier graphe, on rajoutera l'image de -1);

$$\text{image } -5 : -2, \text{ image de } 2 : -1$$

- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction,

$$x \approx -6,5; x \approx 2,6; x \approx 0,2; x \approx 3,3; x \approx 6,7$$

- le(s) zéro(s) de la fonction,

$$x = -6; x = -3; x = 1; x \approx 3,5; x \approx 6,3$$

- l'ordonnée à l'origine de la fonction,

$$y \approx 1,2$$

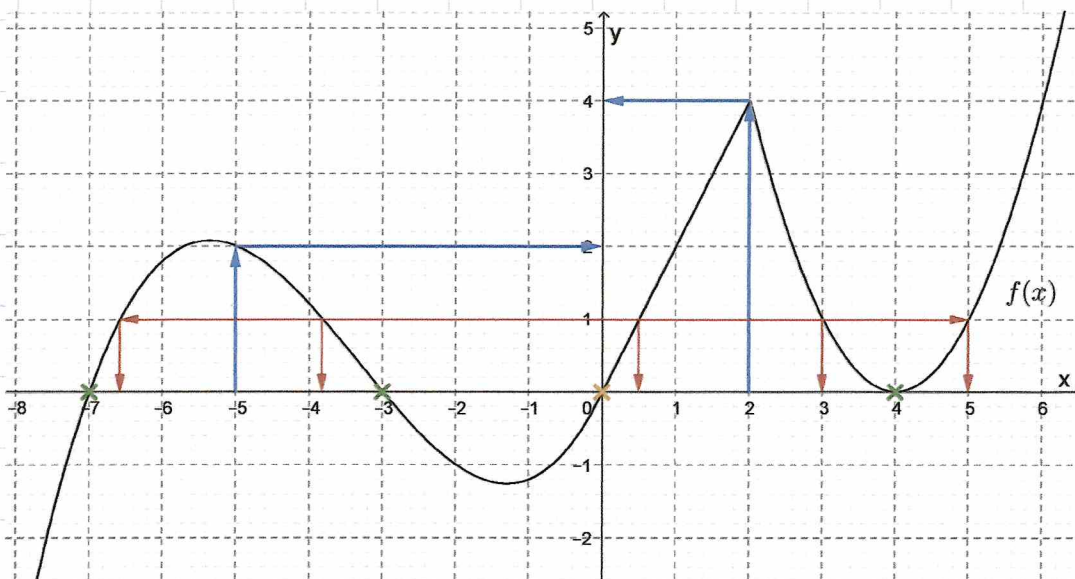
- le signe de la fonction,

| | | | | | | | | |
|--------|---------------|----|----|---|---|-----|-----|---|
| x | -7 | -6 | -3 | 1 | 3 | 3,5 | 6,3 | |
| $f(x)$ | + | + | 0 | - | 0 | - | 0 | + |

- le tableau de variation de la fonction.

| | | | | |
|--------|---------------|------|-------|------|
| x | -7 | -4 | -1,5 | 5 |
| $f(x)$ | ↓ | ↓ -4 | ↑ 2,1 | ↓ -2 |
| | | m | M | m |

(b)



- le domaine de définition,

\mathbb{R}

- l'ensemble image,

\mathbb{R}

- l'image de -5 et 2 par la fonction (pour le dernier graphe, on rajoutera l'image de -1);

image de -5 : 2 , image de 2 : 4

- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction,

$x \approx -6,6$; $x \approx -3,9$; $x \approx 0,5$; $x = 3$; $x = 5$

- le(s) zéro(s) de la fonction,

$x = -7$; $x = -3$; $x = 0$; $x = 4$

- l'ordonnée à l'origine de la fonction,

$y = 0$

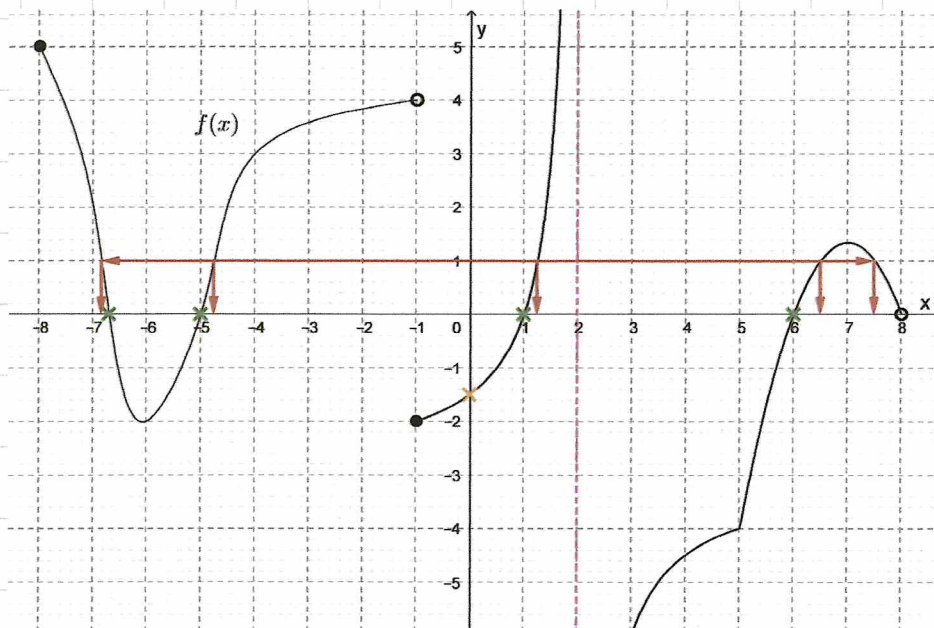
- le signe de la fonction,

| | | | | | | | | | |
|--------|--|------|-----|------|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | | -7 | | -3 | | 0 | | 4 | |
| $f(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | 0 |

- le tableau de variation de la fonction.

| | | | | | | | | | |
|--------|--|------------|-------|------------|--------|------------|-----|------------|-----|
| x | | $-5,3$ | | $-1,2$ | | 2 | | 4 | |
| $f(x)$ | | \nearrow | $2,2$ | \searrow | $-1,4$ | \nearrow | 4 | \searrow | 0 |
| | | \cap | | \cup | | \cap | | \cup | |

(c)



- le domaine de définition,

$$[-8, 2[\cup]2, 8[$$

- l'ensemble image,

$$\mathbb{R}$$

- l'image de -5 et 2 par la fonction (pour le dernier graphe, on rajoutera l'image de -1);

image de -5: 0, image de 2: \emptyset , image de -1: -2

- le (les) antécédent(s) de 1 par la fonction,

$$x \approx -6,9; x \approx -4,8; x \approx 1,2; x \approx 6,5; x \approx 7,5$$

- le(s) zéro(s) de la fonction,

$$x \approx -6,7; x = 5; x = 1; x = 6$$

- l'ordonnée à l'origine de la fonction,

$$y \approx -1,5$$

- le signe de la fonction,

| | | | | | | | | |
|--------|----|------|---|----|---|-------------|---|---|
| x | -8 | -6,7 | 5 | -1 | 1 | 2 | 6 | 8 |
| $f(x)$ | + | 0 | - | 0 | + | \emptyset | - | 0 |

- le tableau de variation de la fonction.

| | | | | | | |
|--------|----|----|----|---|---|---|
| x | -8 | -6 | -1 | 2 | 7 | 8 |
| $f(x)$ | ↓ | -2 | ↑ | ↑ | ↑ | ↓ |